

¡T M É T I C A



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL
PRODO

8

TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

Teoría y Práctica

ARI



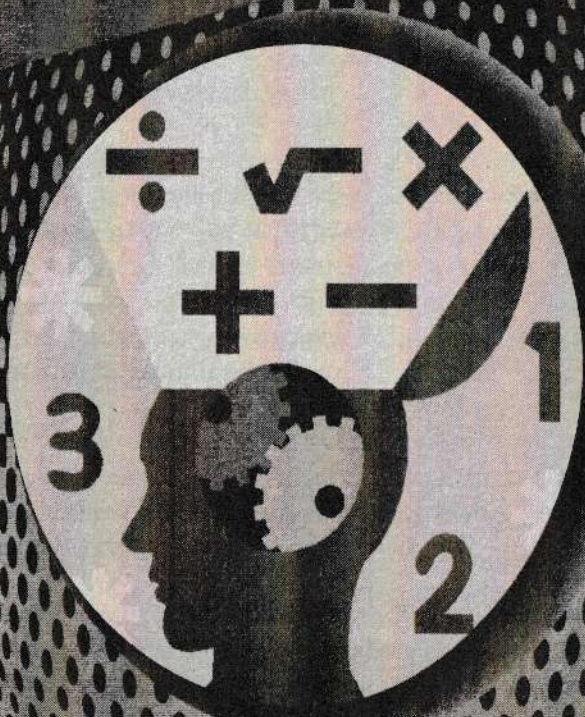


8

TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

Teoría y Práctica

ARITMÉTICA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL
PRODO



PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2013, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE ARITMÉTICA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar.

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO

De: Walter Z. Benítez Nuñez.

TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD



ARITMÉTICA - TEMA SELECTO 08, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Noviembre 2013 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424 - 6350 📠 992 - 796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2013 - 19046

EQUIPO PEDAGÓGICO

Jimmy H. García Chumán

Eddy F. Huamaní Vargas

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.**

Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

TEORÍA DE DIVISIBILIDAD**OBJETIVOS**

1. Que conozca, diferencie y aplique los conceptos de divisibilidad y multiplicidad.
2. Que aplique los principios de divisibilidad en la resolución de problemas concretos.
3. Que calcule los restos potenciales.
4. Que conozca y aplique los criterios de divisibilidad.

DIVISIBILIDAD**EJEMPLOS:**

¿Es 84 divisible entre 12?

Si, ya que al dividir 84 entre 12 la división es exacta.

Veamos:
$$\begin{array}{r} 84 \overline{) 12} \\ 0 \quad 7 \end{array}$$

Se afirma:

"84 es divisible entre 12".

"12 es un divisor de 84".

¿Es -72 divisible entre 9?

Si, ya que al dividir -72 entre 9 la división es exacta.

Veamos:
$$\begin{array}{r} -72 \overline{) 9} \\ 0 \quad -8 \end{array}$$

Se afirma:

"-72 es divisible por 9"

"9 es un divisor de -72"

DEFINIMOS

"Un número entero A es divisible entre un número entero positivo B, si al dividir A entre B la división es entera y exacta".

Veamos:
$$\begin{array}{r} A \overline{) B} \\ 0 \quad k \end{array} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Se afirma: "A es divisible entre B".

"B es un divisor de A".

MULTIPLICIDAD**EJEMPLOS:**

¿Es 40 múltiplo de 8?

Si, ya que 40 resulta de multiplicar 8 por el entero 5.

Veamos: $40 = 8 \times (5)$

Se afirma:

"40 es múltiplo de 8"

"8 es un módulo (factor) de 40"

¿Es -91 múltiplo de 13?

Si, ya que -91 resulta de multiplicar 13 por el entero -7.

Veamos: $-91 = 13 \times (-7)$

Se afirma:

"-91 es múltiplo de 13"

"13 es un módulo (factor) de -91"

DEFINIMOS

"Un número entero A es múltiplo de un entero positivo B, si A resulta de multiplicar B por un entero".

Veamos:

$$A = B \times k$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

Se afirma: "A es múltiplo de B"

"B es un módulo (factor) de A"

**OBSERVACIÓN**

Los conceptos de divisibilidad y multiplicidad son conceptos equivalentes. Luego:

Divisible $\Leftrightarrow$ Múltiplo.

Divisor $\Leftrightarrow$ Módulo (factor).

NOTACIÓN DE MULTIPLICIDAD

Si: "A es divisible entre B"

"A es múltiplo de B"

Se denota: $A = \overset{0}{B} = \overset{0}{B} = m \cdot B \rightarrow A = Bk ; k \in \mathbb{Z}$

Ejemplos:

$$* \quad 88 = \overset{0}{11} \text{ ya que } 88 = 11(8)$$

$$* \quad 19 = \overset{0}{19} \text{ ya que } 19 = 19(1)$$

$$* \quad -70 = \overset{0}{7} \text{ ya que } -70 = 7(-10)$$

$$* \quad 0 = \overset{0}{n} \text{ ya que } 0 = n \times 0; \forall n \in \mathbb{Z}^+$$

Veamos: Indique algunos múltiplos de:

a) 9

b) 13

Resolución: a) $\overset{0}{9} = 9 \cdot k ; k \in \mathbb{Z}$

$$k \quad \dots \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \dots$$

$$\overset{0}{9} \quad \dots \quad -36 \quad -27 \quad -18 \quad -9 \quad 0 \quad 9 \quad 18 \quad 27 \quad \dots$$

b) $\overset{0}{13} = 13 \cdot k ; k \in \mathbb{Z}$

$$k \quad \dots \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \dots$$

$$\overset{0}{13} \quad \dots \quad -26 \quad -13 \quad 0 \quad 13 \quad 26 \quad 39 \quad 52 \quad \dots$$

ALGUNAS AFIRMACIONES

"La lista de los múltiplos de n ($n \in \mathbb{Z}^+$) es infinita".

"El cero es múltiplo de todo número entero positivo".

"Todo número entero positivo es múltiplo de sí mismo".

Veamos: Indique los divisores de:

a) 12

b) -105

Resolución: a) 12: $\underbrace{1; 2; 3; 4; 6; 12}_{\text{Divisores}}$

b) -105: $\underbrace{1; 3; 5; 7; 15; 21; 35; 105}_{\text{Divisores}}$

ALGUNAS AFIRMACIONES

“La lista de divisores de un número entero es finita”.

“La unidad es el divisor de todo número entero”.

“Todo número entero positivo es divisor de sí mismo”.

NÚMEROS NO DIVISIBLES

EJEMPLOS:

¿Es 75 divisible entre 7?

No, ya que al dividir 75 entre 7 la división es inexacta.

Veamos:

División por defecto

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 7} \\ 5 \quad 10 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 75 = 7(10) + 5 \\ 75 = \overset{0}{7} + 5 \end{array}$$

Donde: $5 + 2 = 7$

División por exceso

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 7} \\ 2 \quad 11 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 75 = 7(11) - 2 \\ 75 = \overset{0}{7} - 2 \end{array}$$

¿Es 120 divisible entre 13?

No, ya que al dividir 120 entre 13 la división es inexacta.

Veamos:

División por defecto

$$\begin{array}{r} 120 \overline{) 13} \\ 3 \quad 9 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 120 = 13(9) + 3 \\ 120 = \overset{0}{13} + 3 \end{array}$$

Donde: $3 + 10 = 13$

División por exceso

$$\begin{array}{r} 120 \overline{) 13} \\ 10 \quad 10 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 120 = 13(10) - 10 \\ 120 = \overset{0}{13} - 10 \end{array}$$

Luego:

Por Defecto

Por Exceso

$$\begin{array}{r} A \overline{) B} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A \overline{) B} \end{array}$$

$$r_d \quad k$$

$$r_e \quad k + 1$$

$$A = \overset{0}{B} + r_d$$

$$A = \overset{0}{B} - r_e$$

Donde:

$$r_d + r_e = B \text{ (módulo)}$$

EJEMPLOS:

$$* \quad 273 = \overset{0}{5} + 3 = \overset{0}{5} - 2$$

$$* \quad A = \overset{0}{19} + 11 = \overset{0}{19} - 8$$

$$* \quad \overline{abc} = \overset{0}{17} + 10 = \overset{0}{17} - 7$$

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE LA DIVISIBILIDAD

I. OPERACIONES BÁSICAS CON MÚLTIPLOS DE UN MISMO MÓDULO

RESPECTO A LA ADICIÓN

EJEMPLOS:

$$* \quad \overset{0}{15} + \overset{0}{40} = \overset{0}{55} \quad \text{"Si los sumandos son múltiplos de 5, la suma es múltiplo de 5".}$$

$$* \quad \overset{0}{14} + \overset{0}{35} + \overset{0}{21} = \overset{0}{70} \quad \text{"Si los sumandos son múltiplos de 7, la suma es múltiplo de 7".}$$

Luego: $\overset{0}{n} + \overset{0}{n} + \overset{0}{n} + \dots + \overset{0}{n} = \overset{0}{n}$



OBSERVACIÓN

$$* \quad \overset{0}{27} + \overset{0}{45} = \overset{0}{72}$$

Luego:

$$a + b = \overset{0}{n}$$

$$* \quad \overset{0}{21} + \overset{0}{15} = \overset{0}{36}$$

$$\quad \quad \quad \underset{9+3}{\overset{0}{9+6}} \quad \quad \quad \overset{0}{9}$$

Entonces:

$$\begin{array}{ll} \text{i) } a = \overset{0}{n} & \text{ii) } a = \overset{0}{n} + r \\ & \vee \\ b = \overset{0}{n} & b = \overset{0}{n} - r \end{array}$$

RESPECTO A LA SUSTRACCIÓN

EJEMPLOS:

$$* \quad \overset{0}{26} - \overset{0}{32} = \overset{0}{64}$$

"Si el minuendo es múltiplo de 8 y el sustraendo es múltiplo de 8, la diferencia es múltiplo de 8".

$$* \quad \overset{0}{21} - \overset{0}{65} = \overset{0}{26}$$

$$\quad \quad \quad \overset{0}{13} \quad \quad \quad \overset{0}{13} \quad \quad \quad \overset{0}{13}$$

"Si el minuendo es múltiplo de 13 y el sustraendo es múltiplo de 13, la diferencia es múltiplo de 13".

Luego: $\overset{0}{n} - \overset{0}{n} = \overset{0}{n}$

OBSERVACIÓN

$$\begin{array}{r} * \quad \underline{63} \quad - \quad \underline{45} \quad = \quad \underline{18} \\ \quad \circ \quad \quad \circ \quad \quad \quad \circ \\ \quad 9 \quad \quad 9 \quad \quad \quad 9 \end{array}$$

Luego:

$$a - b = n$$

$$\begin{array}{r} * \quad \underline{85} \quad + \quad \underline{40} \quad = \quad \underline{45} \\ \quad \circ \quad \quad \circ \quad \quad \quad \circ \\ \quad 9+4 \quad \quad 9+4 \quad \quad 9 \end{array}$$

Entonces:

$$\begin{array}{ll} \text{i) } a = n & \text{ii) } a = n + r \\ b = n & b = n - r \end{array}$$

NOTA

Si a y b al dividirse entre n , dejan el mismo residuo, a y b son congruentes con respecto al módulo n . Notación: $a \equiv b \pmod{n}$.

RESPECTO A LA MULTIPLICACIÓN**EJEMPLOS:**

$$\begin{array}{r} * \quad \underline{25} \quad \times \quad \underline{10} \quad = \quad \underline{250} \\ \quad \circ \quad \quad \circ \quad \quad \quad \circ \\ \quad 5 \quad \quad 5 \quad \quad \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} * \quad \underline{16} \quad \times \quad \underline{24} \quad = \quad \underline{384} \\ \quad \circ \quad \quad \circ \quad \quad \quad \circ \\ \quad 8 \quad \quad 8 \quad \quad \quad 8 \end{array}$$

$$\bullet \text{ Luego: } \overset{\circ}{n} \times \overset{\circ}{n} \times \overset{\circ}{n} \times \dots \times \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$$

También:

$$\begin{array}{r} * \quad \underline{14} \quad \times \quad 3 \quad = \quad \underline{42} \\ \quad \circ \quad \quad \quad \circ \\ \quad 7 \quad \quad \quad 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} * \quad \underline{36} \quad \times \quad 5 \quad = \quad \underline{180} \\ \quad \circ \quad \quad \quad \circ \\ \quad 9 \quad \quad \quad 9 \end{array}$$

$$\text{Luego: } \overset{\circ}{n} \times k = \overset{\circ}{n}; \forall k \in \mathbb{Z}.$$

OBSERVACIÓN

$$\begin{array}{c} \overset{\circ}{(12+2)} \quad \overset{\circ}{(12+5)} \\ \curvearrowright \end{array} = \overset{\circ}{12} + \overset{\circ}{12} + \overset{\circ}{12} + 2 \times 5 = \overset{\circ}{12} + 10$$

$$\begin{array}{c} \overset{\circ}{(13+3)} \quad \overset{\circ}{(13-4)} \\ \curvearrowright \end{array} = \overset{\circ}{13} - \overset{\circ}{13} + \overset{\circ}{13} - 3 \times 4 = \overset{\circ}{13} - 12$$

$$\overset{\circ}{(7+2)} \quad \overset{\circ}{(7+3)} \quad \overset{\circ}{(7+4)} = \overset{\circ}{7} + 2 \times 3 \times 4 = \overset{\circ}{7} + 24 = \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{(7+3)} = \overset{\circ}{7} + 3$$

Luego:

$$\overset{\circ}{(n+r_1)} \quad \overset{\circ}{(n+r_2)} \quad \overset{\circ}{(n+r_3)} \dots \dots \overset{\circ}{(n+r_k)} = \overset{\circ}{n} + r_1 \times r_2 \times r_3 \times \dots \times r_k$$

RESPECTO A LA POTENCIACIÓN

EJEMPLOS: * $(4)^3 = 64$ donde: $(\overset{\circ}{2})^3 = \overset{\circ}{2}$

* $(15)^2 = 225$ donde: $(\overset{\circ}{5})^2 = \overset{\circ}{5}$

Luego: $(\overset{\circ}{n})^k = \overset{\circ}{n}; \forall k \in \mathbb{Z}^+$

OBSERVACIÓN

i) $(\overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{2})^4 = \overset{\circ}{7} + 2^4 = \overset{\circ}{7} + 16 = \overset{\circ}{7} + 2$

$(\overset{\circ}{9} + \overset{\circ}{5})^3 = \overset{\circ}{9} + 5^3 = \overset{\circ}{9} + 125 = \overset{\circ}{9} + 8$

Luego: $(\overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{r})^k = \overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{r}^k; \forall k \in \mathbb{Z}^+$

ii) $(\overset{\circ}{9} - \overset{\circ}{2})^2 = \overset{\circ}{9} + 2^2 = \overset{\circ}{9} + 4$

$(\overset{\circ}{9} - \overset{\circ}{2})^3 = \overset{\circ}{9} - 2^3 = \overset{\circ}{9} - 8$

$(\overset{\circ}{9} - \overset{\circ}{2})^4 = \overset{\circ}{9} + 2^4 = \overset{\circ}{9} + 16 = \overset{\circ}{9} + 7$

$(\overset{\circ}{9} - \overset{\circ}{2})^5 = \overset{\circ}{9} - 2^5 = \overset{\circ}{9} - 32 = \overset{\circ}{9} - 5$

Luego: $(\overset{\circ}{n} - \overset{\circ}{r})^k = \begin{cases} \overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{r}^k & \leftrightarrow k : \text{par} \\ \overset{\circ}{n} - \overset{\circ}{r}^k & \leftrightarrow k : \text{impar} \end{cases}$

iii) Dado el numeral: $N = \overline{abcdef}_n$

Luego: $N = \overset{\circ}{n} + f$

$N = \overset{\circ}{n}^2 + \overline{ef}_n$

$N = \overset{\circ}{n}^3 + \overline{def}_n$

Por ejemplo: $12345_9 = \overset{\circ}{9} + 5$

$\overline{xxx23}_4 = \overset{\circ}{16} + 23_4$

$\overline{abc132}_7 = \overset{\circ}{343} + 132_7$

iv) Todo número impar, elevado a un exponente par, siempre es $(\overset{\circ}{8} + 1)$.

II. SI UN NÚMERO ES MÚLTIPLO DE CIERTO MÓDULO, SERÁ MÚLTIPLO DE CUALQUIERA DE LOS DIVISORES DE DICHO MÓDULO.

Ejemplos:

$$\bullet \quad A = \overset{\circ}{12} \rightarrow A = \begin{matrix} \nearrow \overset{\circ}{1} \\ \nearrow \overset{\circ}{2} \\ \nearrow \overset{\circ}{3} \\ \nearrow \overset{\circ}{4} \\ \nearrow \overset{\circ}{6} \\ \nearrow \overset{\circ}{12} \end{matrix} \quad \text{ya que } 1; 2; 3; 4; 6 \text{ y } 12 \text{ son divisores de } 12.$$

$$\bullet \quad B = \overset{\circ}{35} \rightarrow B = \begin{matrix} \nearrow \overset{\circ}{1} \\ \nearrow \overset{\circ}{5} \\ \nearrow \overset{\circ}{7} \\ \nearrow \overset{\circ}{35} \end{matrix} \quad \text{ya que } 1; 5; 7 \text{ y } 35 \text{ son divisores de } 35.$$

Ejercicio: Halle el resto al dividir M entre 8, si:

$$M = \overline{amn3}_{(8)} \times \overline{xy101}_{(2)} \times \overline{qrs13}_{(4)}$$

Resolución:

$$M = \overline{amn3}_{(8)} \times \overline{xy101}_{(2)} \times \overline{qrs13}_{(4)} = \overset{\circ}{8} + r$$

$$(\overset{\circ}{8} + 3)(\overset{\circ}{8} + 101_{(2)})(\overset{\circ}{16} + 13_{(4)}) = \overset{\circ}{8} + r$$

$$(\overset{\circ}{8} + 3)(\overset{\circ}{8} + 5)(\overset{\circ}{8} + 7) = \overset{\circ}{8} + r$$

$$\overset{\circ}{8} + 105 = \overset{\circ}{8} + r$$

$$\overset{\circ}{8} + 1 = \overset{\circ}{8} + r$$

$$\therefore r = 1$$

III. SI UN NÚMERO ES MÚLTIPLO DE VARIOS MÓDULOS A LA VEZ, SERÁ MÚLTIPLO DEL MENOR MÚLTIPLO COMÚN DE DICHS MÓDULOS

Obs: Menor Múltiplo Común: MCM

Ejemplos:

$$\bullet \quad \begin{matrix} \overset{\circ}{A} = 8 \\ \overset{\circ}{A} = 6 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad A = \overline{\overset{\circ}{\text{MCM}(8; 6)}} \quad \Rightarrow \quad A = \overset{\circ}{24}$$

$\hookrightarrow \dots -24, 0, 24, 48, \dots$

$$\bullet \quad \begin{matrix} \overset{\circ}{B} = 12 \\ \overset{\circ}{B} = 15 \\ \overset{\circ}{B} = 6 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad B = \overline{\overset{\circ}{\text{MCM}(12; 15; 6)}} \quad \Rightarrow \quad B = \overset{\circ}{60}$$

$\hookrightarrow \dots -60, 0, 60, \dots$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad R &= \overset{0}{7} + 2 \rightarrow R - 2 = \overset{0}{7} \\
 R &= \overset{0}{5} + 2 \rightarrow R - 2 = \overset{0}{5} \\
 &\Rightarrow R - 2 = \overline{\text{MCM}(7; 5)} \\
 &\Rightarrow R = \overline{\text{MCM}(7; 5)} + 2 \Rightarrow R = \overset{0}{35} + 2 \\
 &\quad \hookrightarrow \dots -33, 2, 37, \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad M &= \overset{0}{9} + 8 = \overset{0}{9} - 1 \\
 M &= \overset{0}{8} + 7 = \overset{0}{8} - 1 \\
 M &= \overset{0}{5} + 4 = \overset{0}{5} - 1 \\
 &\Rightarrow M = \overline{\text{MCM}(9; 8; 5)} - 1 \Rightarrow M = \overset{0}{360} - 1 \\
 &\quad \hookrightarrow \dots -361, -1, 359, \dots
 \end{aligned}$$

En general:

$$\begin{aligned}
 N &= \overset{0}{a} \pm r \\
 N &= \overset{0}{b} \pm r \\
 N &= \overset{0}{c} \pm r \\
 &\Rightarrow N = \overline{\text{MCM}(a; b; c)} \pm r
 \end{aligned}$$

IV. SI: $A \times B = \overset{0}{n}$ Y EL ÚNICO DIVISOR COMÚN DE A Y n ES 1 ENTONCES $B = \overset{0}{n}$.
 DONDE: $\{A, B\} \subset \mathbb{Z}^+$

Ejemplos:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad 7R &= \overset{0}{13} \\
 \rightarrow R &= \overset{0}{13} \\
 &\quad \hookrightarrow \dots -13, 0, 13, \dots \\
 \bullet \quad 21P &= \overset{0}{91} \\
 3P &= \overset{0}{13} \\
 \rightarrow P &= \overset{0}{13} \\
 &\quad \hookrightarrow \dots -13, 0, 13, \dots \\
 \bullet \quad 4N &= \overset{0}{7} + 8 \\
 4N - 8 &= \overset{0}{7} \\
 4(N - 2) &= \overset{0}{7} \\
 N - 2 &= \overset{0}{7} \\
 \rightarrow N &= \overset{0}{7} + 2 \\
 &\quad \hookrightarrow \dots -5, 2, 9, \dots
 \end{aligned}$$

Ejercicio:

Si: $\overline{abab} = \overset{0}{13} + 5$, calcule la suma de los posibles valores de $\overline{ab}$.

Resolución:

$$\begin{aligned}
 \overline{abab} &= \overset{0}{13} + 5 \\
 101 \overline{ab} &= \overset{0}{13} + 5 \\
 (13 + 10) \overline{ab} &= \overset{0}{13} + 5 \\
 10 \overline{ab} &= \overset{0}{13} + 5 \\
 2 \overline{ab} &= \overset{0}{13} + 1 \quad \left. \begin{array}{l} 10 \overline{ab} = 13 + 5 \\ 2 \overline{ab} = 13 + 1 \end{array} \right\} \div 5 \\
 2 \overline{ab} &= \overset{0}{13} + 14 \\
 \overline{ab} &= \overset{0}{13} + 7 \quad \left. \begin{array}{l} 2 \overline{ab} = 13 + 14 \\ \overline{ab} = 13 + 7 \end{array} \right\} \div 2 \\
 &\quad \hookrightarrow 20, 33, 46, \dots, 98
 \end{aligned}$$

Los valores de $\overline{ab}$ están en P.A., la suma de estos será:

$$\left(\frac{20 + 98}{2} \right) 7 = 413$$

RESTOS POTENCIALES (R.P.)

Los restos potenciales son todos los residuos diferentes entre sí y de cero que dejan las potencias sucesivas enteras no negativas de un número entero, al dividirse entre cierto módulo.

Ejemplo (1): Halle los restos al dividir cada una de las potencias de 5 entre 8.

Resolución: Piden : $5^k = 8 + r_k$

Luego : $5^0 = 8 + 1$

$$5^1 = 8 + 5$$

$$5^2 = 8 + 1$$

$$5^3 = 5^2 \times 5 = (8 + 1)(8 + 5) = 8 + 5$$

$$5^4 = 5^3 \times 5 = (8 + 5)(8 + 5) = 8 + 1$$

⋮

NOTA: La cantidad de restos que se repiten en forma ordenada y periódica se llama Gaussiano (g)

En resumen:

	5^0	5^1	5^2	5^3	5^4	
	1	5	1	5	1	8
k	0	1	2	3	4	...
r_k	1	5	1	5	1	...
	g = 2		g = 2			

De lo anterior: $g = 2$

Luego: $5^2 = 8 + 1$

$$5^{2+1} = 8 + 5$$

Ejemplo (2): Calcule los restos de las potencias de 4 respecto al módulo 7.

Resolución: Piden : $4^k = \overset{o}{7} + r_k$

Luego: $4^0 = \overset{o}{7} + 1$

$$4^1 = \overset{o}{7} + 4$$

$$4^2 = \overset{o}{7} + 2$$

$$4^3 = \overset{o}{7} + 1$$

$\vdots$

En resumen:

k	0	1	2	3	4	5	6	...
r_k	1	4	2	1	4	2	1	...

$\underbrace{\hspace{10em}}_{g=3}$

Luego : $4^3 = \overset{o}{7} + 1$

$$4^{3+1} = \overset{o}{7} + 4$$

$$4^{3+2} = \overset{o}{7} + 2$$

i) Halle el resto al dividir 4^{7291} entre 7

Piden : $4^{7291} = \overset{o}{7} + r$

Como : $7291 = \overset{o}{3} + 1$

Entonces : $4^{\overset{o}{3}+1} = \overset{o}{7} + r \rightarrow r = 4$

ii) Cuántos valores toma $\overline{ab}$ si:

$$4^{\overline{ab}} = \overset{o}{7} + 2$$

De lo anterior: $4^{\overset{o}{3}+2} = \overset{o}{7} + 2$

Entonces : $\overline{ab} = \overset{o}{3} + 2 = 3k + 2$

$\hookrightarrow 3, 4, \dots, 32$

Cantidad valores $\overline{ab}$: $32 - 2 = 30$

Ejemplo (3): Calcule los restos de las potencias de 10 respecto al módulo 7.

Resolución: Piden: $10^k = 7 + r_k$

En resumen:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	...
r_k	1	3	2	6	4	5	1	3	...
				-1	-3	-2	← Restos por exceso		

Luego:

$$10^0 = 7 + 1$$

$$10^{0+1} = 7 + 3$$

$$10^{0+2} = 7 + 2$$

$$10^{0+3} = 7 + 6 = 7 - 1$$

$$10^{0+4} = 7 + 4 = 7 - 3$$

$$10^{0+5} = 7 + 5 = 7 - 2$$

Ejemplo (4): Calcule los restos de las potencias de 6 respecto al módulo 10.

Resolución: Piden: $6^k = 10 + r_k$

En resumen:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
r_k	1	6	6	6	6	6	6	6	6	...

Luego:

$$6^k = 10 + 6 \quad ; \text{ si: } k > 0$$

$$6^k = 10 + 1 \quad ; \text{ si: } k = 0$$

Se observa: $g = 1$

Ejemplo (5): Calcule los restos de las potencias de 12 respecto al módulo 18.

Resolución: Piden: $12^k = 18 + r_k$

En resumen:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
r_k	1	12	0	0	0	0	0	0	0	...

Luego:

$$12^k = 18 + 1 \quad ; \text{ si: } k = 0$$

$$12^k = 18 + 12 \quad ; \text{ si: } k = 1$$

$$12^k = 18 \quad ; \text{ si: } k > 1$$

Se observa que no hay gaussiano

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Un criterio de divisibilidad es una relación que deben cumplir las cifras de un determinado numeral para que sea divisible por otro, si no lo es, nos permitirá hallar el residuo en forma directa. Estudiaremos los criterios de divisibilidad más usuales y aplicables en el sistema decimal.

CRITERIOS POR 2^n Y 5^n ($n \in \mathbb{Z}^+$)

CRITERIOS POR 2 Y 5

$$\begin{aligned}\text{Sea :} \quad N &= \overline{abcde} \\ N &= \overline{abcd} \times \underbrace{10}_{2 \times 5} + e\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luego :} \quad N &= \overset{0}{2} + e \quad \Rightarrow \quad N = \overset{0}{2} \leftrightarrow e = \overset{0}{2} \rightarrow e = \{0, 2, 4, 6, 8\} \\ N &= \overset{0}{5} + e \quad \Rightarrow \quad N = \overset{0}{5} \leftrightarrow e = \overset{0}{5} \rightarrow e = \{0, 5\}\end{aligned}$$

- Ejemplos:**
- $4728 = \overset{0}{2}$; ya que termina en $8 = \overset{0}{2}$
 - $65205 = \overset{0}{5}$; ya que termina en $5 = \overset{0}{5}$
 - $\overline{abc37} = \begin{cases} \overset{0}{2} + 1 ; \text{ ya que } 7 = \overset{0}{2} + 1 \\ \overset{0}{5} + 2 ; \text{ ya que } 7 = \overset{0}{5} + 2 \end{cases}$

CRITERIOS POR 4 Y 25

$$\begin{aligned}\text{Sea :} \quad N &= \overline{abcde} \\ N &= \overline{abc} \times \underbrace{100}_{4 \times 25} + \overline{de}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luego :} \quad N &= \overset{0}{4} + \overline{de} \quad \Rightarrow \quad N = \overset{0}{4} \leftrightarrow \overline{de} = \overset{0}{4} \vee 2d + e = \overset{0}{4} \\ N &= \overset{0}{25} + \overline{de} \quad \Rightarrow \quad N = \overset{0}{25} \leftrightarrow \overline{de} = \overset{0}{25} \rightarrow \overline{de} = \{00, 25, 50, 75\}\end{aligned}$$

- Ejemplos:**
- $39828 = \overset{0}{4}$; ya que $28 = \overset{0}{4}$
 - $97950 = \overset{0}{25}$; ya que $50 = \overset{0}{25}$
 - $\overline{mnp65} = \begin{cases} \overset{0}{4} + 1 ; \text{ ya que } 65 = \overset{0}{4} + 1 \\ \overset{0}{25} + 15 ; \text{ ya que } 65 = \overset{0}{25} + 15 \end{cases}$

CRITERIOS POR 8 Y 125

Sea : $N = \overline{abcde}$

$$N = \overline{ab} \times \underbrace{1000}_{8 \times 125} + \overline{cde}$$

Luego : $N = \overset{0}{8} + \overline{cde} \Leftrightarrow N = \overset{0}{8} \leftrightarrow \overline{cde} = \overset{0}{8} \vee 4c + 2d + e = \overset{0}{8}$

$$N = \overset{0}{125} + \overline{cde} \Leftrightarrow N = \overset{0}{125} \leftrightarrow \overline{cde} = \overset{0}{125} \rightarrow \overline{cde} = \{000, 125, \dots, 875\}$$

- Ejemplos:**
- $243248 = \overset{0}{8}$; ya que $248 = \overset{0}{8}$
 - $350375 = \overset{0}{125}$; ya que $375 = \overset{0}{125}$
 - $\overline{xyz130} = \begin{cases} \overset{0}{8} + 2 & ; \text{ya que } 130 = \overset{0}{8} + 2 \\ \overset{0}{125} + 5 & ; \text{ya que } 130 = \overset{0}{125} + 5 \end{cases}$

CRITERIOS POR 3 Y 9

Sea : $N = \overline{abcde}$

$$N = a \times \underbrace{10^4}_{\substack{(3+1) \\ (9+1)}} + b \times \underbrace{10^3}_{\substack{(3+1) \\ (9+1)}} + c \times \underbrace{10^2}_{\substack{(3+1) \\ (9+1)}} + d \times \underbrace{10}_{\substack{(3+1) \\ (9+1)}} + e$$

Luego : $N = \overset{0}{3} + a + b + c + d + e \Leftrightarrow N = \overset{0}{3} \leftrightarrow a + b + c + d + e = \overset{0}{3}$

$$N = \overset{0}{9} + a + b + c + d + e \Leftrightarrow N = \overset{0}{9} \leftrightarrow a + b + c + d + e = \overset{0}{9}$$

- Ejemplos:**
- $2313 = \overset{0}{3}$; ya que $2 + 3 + 1 + 3 = \overset{0}{3}$
 - $45981 = \overset{0}{9}$; ya que $4 + 5 + 9 + 8 + 1 = \overset{0}{9}$
 - $72314311 = \begin{cases} \overset{0}{3} + 1 & ; \text{ya que la suma de cifras es } (3 + 1) \\ \overset{0}{9} + 4 & ; \text{ya que la suma de cifras es } (9 + 4) \end{cases}$



OBSERVACIÓN

- i) • $345 = \overset{0}{3}$ iii) • $\overline{abc} = \overset{0}{3} + r$
 • $453 = \overset{0}{3}$ • $\overline{cab} = \overset{0}{3} + r$
- ii) • $724 = \overset{0}{9} + 4$ iv) • $\overline{mnp} = \overset{0}{9}$
 • $472 = \overset{0}{9} + 4$ • $\overline{pmn} = \overset{0}{9}$

Al alterar el orden de las cifras de un numeral si aplicamos los criterios por 3 ó 9, el resultado final no varía.

CRITERIO POR 11

Sea :

$$N = \overline{abcdef}$$

$$N = a \times \underbrace{10^5}_{(11-1)} + b \times \underbrace{10^4}_{(11-1)} + c \times \underbrace{10^3}_{(11-1)} + d \times \underbrace{10^2}_{(11-1)} + e \times \underbrace{10}_{(11-1)} + f$$

Luego :

$$N = 11 - a + b - c + d - e + f$$

$$\Rightarrow N = 11 \leftrightarrow -a + b - c + d - e + f = 11$$

Ejemplos:

• $\underset{+}{1}\underset{+}{1}\underset{+}{1}\underset{+}{4}\overset{0}{3} = \overset{0}{11}$; ya que $1-1+1-4+3 = \overset{0}{11}$

- $245568 = \overset{0}{11} + 4$; ya que $-2 + 4 - 5 + 5 - 6 + 8 = \overset{0}{11} + 4$

• $451451 = 11^0$; ya que $-4+5-1+4-5+1 = 11^0$

- $37291 = \overset{0}{11} - 10$; ya que $3-7+2-9+1 = \overset{0}{11} - 10$

$$\bullet \quad 2442 = 11^0$$

• $\overline{abccba} = 11$  todo numeral capicua con una
cantidad par de cifras siempre es 11

Todo numeral capicúa con una cantidad par de cifras siempre es 11

**OBSERVACIÓN**

i) • $\begin{array}{r} 4675 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 11 \\ \hline \end{array}$

• $\begin{array}{r} 7546 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 11 \\ \hline \end{array}$

- $7546 = 11$

iii) • $\overline{\overline{abcd}} = \overset{0}{11} + n$
 • $\overline{\overline{cdab}} = \overset{0}{11} + n$

- $\overline{\text{cdab}} = 11 + r$
 $\begin{array}{cccc} - & + & - & + \end{array}$

ii) • $\begin{array}{r} 463 \\ + - + \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 11 \\ + \\ \hline \end{array} + 1$
 • $\begin{array}{r} 364 \\ + - + \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 11 \\ + \\ \hline \end{array} + 1$

$$\bullet \quad \begin{array}{ccc} + & - & + \\ 3 & 6 & 4 \end{array} = \begin{array}{c} 0 \\ 11 \\ + 1 \end{array}$$

$$\text{iv) } \bullet \quad \begin{array}{c} \overline{\text{mnp}} = \overset{\circ}{11} \\ + - + \\ \bullet \quad \overline{\text{pnm}} = \overset{\circ}{11} \end{array}$$

$$\bullet \quad \frac{+ - +}{\text{pnm}} = 11$$

Si en un numeral cambiamos el orden que ocupan las cifras de lugar par y/o impar al aplicar el criterio por 11 el resultado final no varía

CRITERIO POR 7

Sea :

$$N = \overline{abcdef}$$

$$N = \underbrace{a \times 10^5}_{(7-2)} + \underbrace{b \times 10^4}_{(7-3)} + \underbrace{c \times 10^3}_{(7-1)} + \underbrace{d \times 10^2}_{(7+2)} + \underbrace{e \times 10}_{(7+3)} + \underbrace{f \times 10^0}_{(7+1)}$$

R.P de 10 con respecto al módulo 7

R.P. de 10 con respecto al módulo 7

Luego :

$$N = 7 - 2a - 3b - c + 2d + 3e + f$$

$$\Rightarrow N = \overset{0}{7} \Leftrightarrow -2a - 3b - c + 2d + 3e + f = \overset{0}{7}$$

Ejemplos:

• $\begin{array}{r} 7343 \\ -1231 \\ \hline \end{array} = 7$; ya que $-7+6+12+3=7$

• $\begin{array}{ccccccc} 4 & 1 & 5 & 4 & 1 & 5 & = 7^0 \\ -2 & -3 & -1 & 2 & 3 & 1 & \end{array}$; ya que $-8-3-5+8+3+5=7^0$

- $\begin{matrix} & & 0 & & & & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 1 & 4 & = & 7 & + & 2 \\ -3 & -1 & 2 & 3 & 1 & & & & \end{matrix}$; ya que $-6-5+6+3+4=7+2$

CRITERIO POR 13

Sea :

$$N = \overline{abcdef}$$

$$N = a \times \underbrace{10^5}_{(13+4)} + b \times \underbrace{10^4}_{(13+3)} + c \times \underbrace{10^3}_{(13-1)} + d \times \underbrace{10^2}_{(13-4)} + e \times \underbrace{10}_{(13-3)} + f \times \underbrace{10^0}_{(13+1)}$$

R. P de 10 con respecto al módulo 13

Luego :

$$N = 13^0 + 4a + 3b - c - 4d - 3e + f$$



$$N = 13^0 \leftrightarrow 4a + 3b - c - 4d - 3e + f = 13^0$$

Ejemplos:

- $\begin{smallmatrix} 1 & 3 & 1 & 6 & 9 \\ 3 & -1 & -4 & -3 & 1 \end{smallmatrix} = 13^0$; ya que $3 - 3 - 4 - 18 + 9 = 13^0$
- $\begin{smallmatrix} 4 & 6 & 2 & 4 & 6 & 2 \\ 4 & 3 & -1 & -4 & -3 & 1 \end{smallmatrix} = 13^0$; ya que $16 + 18 - 2 - 16 - 18 + 2 = 13^0$
- $\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & -4 & -3 & 1 \end{smallmatrix} = 13^0 - 10$; ya que $3 - 2 - 16 - 9 + 1 = 13^0 - 10$

CRITERIOS POR 33 Y 99

Sea :

$$N = \overline{a b c d e f}$$

10 1 10 1 10 1 $\rightarrow$ R. P de 10 con respecto al módulo 33 ó al módulo 99.

Luego :

$$N = 33^0 \leftrightarrow \overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef} = 33^0 ; N = 99^0 \leftrightarrow \overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef} = 99^0$$

Ejemplos:

- $5775 = 33^0$; ya que $57 + 75 = 33^0$
- $421352 = 99^0 + 8$; ya que $42 + 13 + 52 = 99^0 + 8$

CRITERIO POR $(n - 1)$ EN BASE n

$$\overline{abcdef}_{(n)} = \overline{(n-1)}^0 \leftrightarrow a + b + c + d + e + f = \overline{(n-1)}^0$$

Ejemplos:

- $2314_{(6)} = 5^0$; ya que $2 + 3 + 1 + 4 = 5^0$
- $13212_{(8)} = 7^0 + 2$; ya que $1 + 3 + 2 + 1 + 2 = 7^0 + 2$

CRITERIO POR $(n + 1)$ EN BASE n

$$\overline{abcdef}_{(n)} = \overline{(n+1)}^0 \leftrightarrow -a + b - c + d - e + f = \overline{(n+1)}^0$$

Ejemplos:

- $2453_{(6)} = 7^0$; ya que $-2 + 4 - 5 + 3 = 7^0$
- $529786_{(12)} = 13^0 - 7$; ya que $-5 + 2 - 9 + 7 - 8 + 6 = 13^0 - 7$



PROBLEMAS RESUELTOS

1. Del 1 al 2010:

I. ¿Cuántos números son múltiplos de 30?

II. ¿Cuántos números son divisibles por 13?

III. ¿Cuántos números son divisibles por 4 y 6?

Dé la suma de los resultados

- A) 387 B) 388 C) 389
D) 390 E) 391

2. ¿Cuántos números de cuatro cifras que son múltiplos de 7 terminan en cifra 1?

- A) 125 B) 1286 C) 1280
D) 128 E) 129

3. Si del 1 al "n" hay 420 números
- $\overset{\circ}{5}$
- y 660 números que son
- $\overset{\circ}{5}$
- ó
- $\overset{\circ}{7}$
- . ¿Cuántos serán
- $\overset{\circ}{8}$
- ?

- A) 800 B) 280 C) 262
D) 250 E) 300

4. Todo numeral de la forma:
- $\overline{ab(2a)(2b)}$
- es siempre divisible por:

- A) 39 B) 11 C) 17
D) 13 E) 9

5. Todo numeral de la forma
- $\overline{abcabc}_{(6)}$
- será siempre divisible por:

- A) 9 B) 5 C) 13
D) 19 E) 31

6. Exprese de manera más simple a:

$$E = (\overset{\circ}{7} + 1) + (\overset{\circ}{7} + 2) + (\overset{\circ}{7} + 3) + \dots + (\overset{\circ}{7} + 70)$$

- A) $\overset{\circ}{7} + 1$ B) $\overset{\circ}{7}$ C) $\overset{\circ}{7} + 2$
D) $\overset{\circ}{7} + 3$ E) $\overset{\circ}{7} + 4$

7. Calcule la suma de los 36 primeros múltiplos enteros positivos de 4 y 6

- A) 6992 B) 7993 C) 7992
D) 7990 E) 7994

8. Calcule la suma del menor y mayor

valor de $\overline{ab}$, sabiendo que: $\overline{7ab} = \overset{\circ}{19}$

- A) 120 B) 101 C) 90
D) 105 E) 82

9. Dado:

$$4^1 + 6^2 + 14^3 + 16^4 + 24^5 + 26^6 + \dots + n^{112}$$

¿Cuál es la cifra de menor orden al expresar la suma total en base 5?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

10. ¿Qué lugar ocupa el cuarto término de la siguiente sucesión que sea
- $\overset{\circ}{7} + 2^?$
-
- 59; 60; 61; 62;

- A) 20 B) 31 C) 15
D) 27 E) 28

11. ¿Cuántos numerales de la siguiente sucesión:

$175 \times 1; 175 \times 2; 175 \times 3; \dots; 175 \times 100$
son divisibles entre 200?

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 8

12. Del total de damas de una oficina, $\frac{2}{3}$ son morenas, $\frac{1}{5}$ tienen ojos azules y $\frac{1}{6}$

son morenas con ojo azules. Si el número de damas es un número de tres cifras menor que 150. ¿Cuántas no son morenas ni tienen ojos azules?

A) 18 B) 36 C) 54
D) 72 E) 90

13. En un congreso participan 600 personas. Acerca de los varones se ha observado que los $\frac{3}{7}$ son abogados, los $\frac{4}{9}$ son médicos y los $\frac{2}{5}$ son economistas. ¿Cuántas damas asistieron al congreso?

A) 260 B) 265 C) 280
D) 285 E) 300

14. Una persona puede ahorrar S/. 15 diarios pero cada día que se encuentra con su amiga Lucy gasta S/. 12,90 y si no sale con Lucy sale con Rosa con quien gasta S/. 7,30. Al cabo de unos días ha logrado ahorrar S/. 145,60 a pesar de que cada día sin excepción, salió con una de las amigas. Calcule cuántos días han transcurrido como máximo.

A) 260 B) 265 C) 280
D) 285 E) 300

15. Calcule $a \times b$ si: $\overline{3a671b} = \overline{72}^0$

A) 24 B) 32 C) 16
D) 14 E) 28

16. Si se sabe que $\overline{pera} = \overline{5}^0$; $\overline{ab} = \overline{19}^0$ y, $\overline{pabe} = \overline{7}^0$, además: $p + e = 13$, calcule el valor de: $b \times a \times p \times e$

A) 2300 B) 400 C) 2500
D) 2600 E) 2700

17. Sabiendo que: $\overline{a1b3c5} = \overline{7}^0 + 5$, determine el residuo de dividir $\overline{a7b9c}$ entre 7.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

18. Determine el residuo de dividir: $435435435\dots$, de 80 cifras, entre 13.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 4 E) 5

19. Determine el máximo valor de $(x+y)$ para que el numeral $\overline{28x75y}$ sea divisible por 33.

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

20. Si: $\overline{30ab60} = m99$, calcular: $a.b$

A) 0 B) 2 C) 15
D) 1 E) 9

21. Si : $N = a3(a+2)(2b)4243_{(8)}$ es múltiplo de 63, calcule : $2a+b$
- A) 6 B) 7 C) 12
D) 15 E) 14
22. Considerando desde 1 hasta 1 800 :
a) ¿Cuántos números son 20^0 ?
b) ¿Cuántos números no son 50^0 ?
Dé como respuesta la suma de ambos resultados.
- A) 11 764 B) 1 804 C) 1 854
D) 1 624 E) 1 734
23. Del 2 000 al 3 000. ¿cuántos números son 7^0 pero no son 13^0 ?
- A) 132 B) 127 C) 125
D) 115 E) 121
24. ¿Cuántos números del 1 al 800 no son múltiplos de 7 ni de 3?
- A) 312 B) 361 C) 342
D) 458 E) 446
25. ¿Cuántos números impares de 3 cifras son divisibles por 21, pero no por 9?
- A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16
26. Un número de 3 cifras cuyas cifras de las decenas y centenas son el triple y el doble de las unidades respectivamente no siempre es divisible entre:
- A) 3 B) 11 C) 7
D) 21 E) 13
27. El numeral de la forma:
 $\overline{abc(2a)(2b)(2c)}_7$, es siempre divisible entre :
- A) 23 B) 25 C) 49
D) 7 E) 9
28. En una fiesta habían 120 personas entre damas , caballeros y niños. El número de caballeros que no bailaban en un momento era igual a la tercera parte de número de damas; el número de niños era igual a la quinta parte del número de damas y la cuarta parte del número de damas fue con vestido blanco. ¿Cuántas damas no bailan en ese momento?
- A) 48 B) 32 C) 60
D) 28 E) 45
29. Juan compra camisas y pantalones a S/. 30 y S/. 70 cada uno , respectivamente. Si la cuenta resultó S/. 580, el número total de formas posibles de comprar dichos artículos pagando siempre el mismo total , es:
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
30. Marcos recibió de propina S/. 15 cada Viernes, S/. 16 cada Sábado y S/. 17 cada Domingo. ¿Cuál es la máxima cantidad de dinero que pudo haber recibido Marcos de propina, en el mes de junio de cierto año?
- A) S/. 260 B) S/. 220
C) S/. 250
D) S/. 230 E) S/. 225

31. Si Arais cumplió 17 años un día Sábado del año 2007, ¿en qué día de la semana nació Arais?

A) Viernes B) Sábado C) Domingo
D) Lunes E) Martes

32. ¿Cuál es el valor de $a \cdot b$, si:

$$\overline{a234b} = \overset{0}{7}2$$

A) 28 B) 21 C) 45
D) 30 E) 20

33. Calcule el valor de "c", si:

$$\overline{a0b} = \overset{0}{5}; \overline{b0a} = \overset{0}{9}; \overline{abc} = \overset{0}{11}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

34. Halle: (c^2+1) , si $\overline{29a}$ es $\overset{0}{11}$, $\overline{a23b}$ es $\overset{0}{9}$ y

$$\overline{abc} \text{ es } \overset{0}{7}$$

A) 2 B) 26 C) 17
D) 5 E) 10

35. Encuentre la suma de todos los numerales de la forma $\overline{6x5x6}$ que sean divisibles entre 8.

A) 132221 B) 12112 C) 141112
D) 133331 E) 131112

36. Si $\overline{ba1ab}$ es múltiplo de 44. Calcule el residuo que se obtiene al dividir

$$E = \underbrace{(a2ba2ba2b\dots)}_{3354 \text{ cifras}}^{201} \text{ entre } 9$$

A) 4 B) 0 C) 11
D) 2 E) 7

37. Si $(\overline{ab^a})^{10} = \overset{0}{5}+4$ y $(\overline{ab^b}) = \overset{0}{5}+3$

Hallar el residuo de dividir: $(\overline{ab^{ab}})$ entre 5.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

38. Si $\overline{7x9yz} = \overset{0}{77}$, además $\overline{xyz} = \overset{0}{25}$, halle $(x+y+z)$

A) 15 B) 8 C) 2
D) 9 E) 6

39. Si: $\overline{cba} = \overset{0}{7}+2$

$$\overline{abc} = \overset{0}{11}+8$$

$$\overline{bac} = \overset{0}{9}+3$$

Calcule: $a \times b \times c$.

A) 22 B) 42 C) 55
D) 12 E) 31

40. Calcule el valor de la suma de cuadrados de "x" e "y", si se sabe que

$$\overline{4xy7325} \text{ es } \overset{0}{99}+31.$$

A) 35 B) 68 C) 52
D) 29 E) 50

41. Si: $\overline{a76b47} = \overset{0}{1}1$ y $\overline{a76b47} = \overset{0}{3}+2$, halle el producto de las cifras de menor valor del numeral $\overline{ab}$.

A) 8 B) 18 C) 12
D) 45 E) 24

42. Sea $N = \overline{n2mp3}$; halle el valor de "a" para que el número $\overline{manp8}$ sea múltiplo de 72, sabiendo que $N - 2 = \overset{0}{9}$.

A) 1 B) 4 C) 7
D) 5 E) 2

43. Si $\overline{abcd} = \overset{0}{8} + 2$ y $\overline{d6d8e} = \overset{0}{45}$, halle la suma de las cifras del mayor número

de la forma $(c-1)\left(\frac{c+1}{2}\right)\left(\frac{e+5}{2}\right)$,

sabiendo que sus cifras son diferentes.

A) 9 B) 6 C) 18
D) 15 E) 10

44. Halle el residuo que se obtiene al dividir $\overline{c4b3abc2a_{11}}$ entre 6.

A) 4 B) 5 C) 1
D) 0 E) 3

45. Si: $\overline{ab345}_{13} = \overset{0}{12} + 8$ y $\overline{3a45b}_{13} = \overset{0}{14} + 10$

Calcule: $a \times b$

A) 6 B) 4 C) 1
D) 5 E) 7

46. Sabiendo que el numeral:

$\overline{4abc} = \overset{0}{23} + 8$, ¿Cuál es el menor número que se le debe sumar a $\overline{abc4}$ para que sea $\overset{0}{23}$?

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

47. Halle el menor valor entero positivo que puede tomar el cociente de una división exacta cuyo dividiendo es $\overset{0}{17}+6$ y divisor es $\overset{0}{17}+3$, si además, dicho cociente es mayor que 50.

A) 53 B) 59 C) 63
D) 80 E) 81

48. Al dividir $\overline{ab}$ entre 13 el resto es 3, pero al dividir $\overline{cd}$ entre 13 el residuo por exceso es 11. ¿Cuál es el residuo al dividir $\overline{abcd}$ entre 13?

A) 3 B) 8 C) 4
D) 5 E) 7

49. ¿Cuántos números de la forma $\overline{ababc_7}$ son múltiplos de 5?

A) 7 B) 42 C) 48
D) 84 E) 90

50. Sin $\overline{mnpq} = \overset{0}{23}$ y $\overline{mn} = \overline{pq} - 6$, halle la suma de las cifras del menor valor de $\overline{mnpq}$.

A) 12 B) 23 C) 10
D) 9 E) 22

51. Si al dividir $\overline{2mnp}$ por 17, su residuo es 4, ¿cuánto se debe aumentar como mínimo a $\overline{mnp8}$ para que sea divisible por 17?
- A) 6 B) 11 C) 12
D) 36 E) 24
52. En la sucesión: 29, 37, 45, 53,, 4517, la cantidad de términos que son $\overline{13+10}$ es:
- A) 43 B) 58 C) 61
D) 23 E) 92
53. ¿Cuántos términos de la sucesión son $\overline{21}$ en:
 $18 \times 1; 18 \times 2; 18 \times 3; \dots; 18 \times 600$
- A) 84 B) 85 C) 86
D) 100 E) 116
54. Dada la siguiente sucesión: $23 \times 13; 23 \times 14; 23 \times 15; \dots; 23 \times 200$, ¿cuántos términos de esta sucesión dejan resto 2 al dividirse entre 7?
- A) 24 B) 26 C) 27
D) 29 E) 30
55. Al dividir 25 y 39 entre "n" obtenemos restos iguales. ¿Cuántos valores puede tomar "n"?
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
56. Determine el resto que se obtiene al dividir $\overline{654654654\dots654654654}$ (57 cifras entre 7).
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
57. Si: $\overline{ab} = \overline{13}$ y $7 \times 9 \overline{ab} + 8 \overline{ba} = \overline{56} + (a+b)$
Halle: $a \times b$
- A) 28 B) 30 C) 56
D) 54 E) 48
58. Determine el residuo al dividir N entre 7, donde:
- $$N = 25^{33} + 32^{36} + 39^{39} + \dots + 2307^{1011}$$
- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6
59. Si: $7^{8351} = \overline{xy\dots z}_{(5)}$, halle el valor de z.
- A) 3 B) 2 C) 1
D) 0 E) 4
60. A una función del teatro asistieron 140 personas. La quinceava parte de los caballeros usaba bigote y la diecinueveava parte de las damas eran rubias. ¿Cuántas mujeres más que varones asistieron?
- A) 50 B) 55 C) 58
D) 60 E) 65
61. Se realizó una encuesta a 500 estudiantes y se determinó que de los hombres, los $\frac{7}{9}$ eran limeños y la onceava parte querían ser médicos. Si los $\frac{8}{13}$ de las mujeres eran rubias, ¿cuántos son los hombres provincianos, si todos son peruanos?
- A) 44 B) 80 C) 88
D) 22 E) 110

62. Pepe agrupa a sus amigos de 6 en 6 y sobra 1, si decide hacerlo de 8 en 8 faltan 3. Si los tuviera que agrupar de 10 en 10, ¿cuántos sobrarían? (El número de amigos es el mayor posible, pero menor que 100)

A) 6 B) 7 C) 4
D) 5 E) 3

63. Indique V ó F según corresponda a estos enunciados:

I. La diferencia entre el cubo de un número entero y el número mismo es divisible por 6.

II. El producto de tres enteros consecutivos siempre es divisible por 9.

III. Si n es entero, $n^2(n^2-1)$ es divisible por 12.

A) FFF B) FFV C) VFF
D) VVV E) VFF

64. Del 1 al 1000 inclusive. ¿Cuántos números $\frac{0}{8}$ que no son $\frac{0}{32}$ se convierten en $\frac{0}{16}$ al sumarle 8 unidades?

A) 31 B) 32 C) 62
D) 63 E) 64

65. ¿Cuántos números comprendidos entre 200 y 400 son divisibles a la vez por 3; 4 y 5?

A) 2 B) 3 C) 5
D) 10 E) 20

66. En una división el dividiendo y el divisor son de la forma $\frac{0}{10+4}$ y $\frac{0}{10+3}$, y el residuo es máximo. Calcule la suma de las cifras del cociente, si es número capicúa de dos cifras.

A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 18

67. Si: $\overline{1ab} + \overline{2ab} + \overline{3ab} + \dots + \overline{20ab} = \frac{0}{51}$, entonces el menor valor de $(a+b)$ es:

A) 2 B) 3 C) 9
D) 12 E) 18

68. Determinar los dos menores números enteros positivos y consecutivos tal que el menor sea divisible por 43 y el mayor divisible por 17. Dé como respuesta la suma de las cifras del menor de los números.

A) 15 B) 17 C) 18
D) 20 E) 21

69. ¿Cuál es la suma de cifras del menor valor que puede tomar el último sumando de $11+14+17+20+\dots$ para que el resultado sea múltiplo de 13?

A) 11 B) 6 C) 5
D) 4 E) 9

70. ¿Cuál es la suma de cifras del número de 4 cifras que es igual a 9 veces el cuadrado de la suma de sus cifras?

A) 9 B) 18 C) 27
D) 36 E) 40

71. Si a un número de tres cifras significativas se le resta el número que resulta de invertir el orden de sus cifras se obtiene un número que es $\frac{9}{7} - 1$, entonces la suma de las cifras del menor número que cumple dicha condición es:
- A) 7 B) 8 C) 9
D) 15 E) 18
72. Se cumple que:
 $352_n = \frac{9}{7} + 2$ y $14 < n < 21$
 Halle el residuo que se obtiene al dividir n^{a5} entre 11.
- A) 1 B) 10 C) 6
D) 4 E) 3
73. ¿Cuántos numerales de la forma $\overline{abc7}$ dejan residuo 5 al ser divididos entre 19?
- A) 46 B) 47 C) 48
D) 50 E) 51
74. Calcule la suma de las dos últimas cifras que se obtiene al expresar:
 $577 \times \overline{a25}_9 \times \overline{b212}_3$ en el sistema ternario.
- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7
75. Halle la suma de las cifras del vigésimo quinto término múltiplo de 9, de la sucesión: 2; 9; 16; 23; 30; ...
- A) 9 B) 14 C) 16
D) 18 E) 20
76. ¿Cuántos números de la forma $\overline{n57m}$ son múltiplos de 22?
- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6
77. Calcule las 3 últimas cifras al expresar
 $E = \overline{b1}^4 + \overline{b3}^8 + \overline{b5}^{12} + \dots + \overline{b41}^{84}$ en base 2.
 Dé como respuesta la suma de las cifras.
- A) 2 B) 3 C) 0
D) 4 E) 1
78. Halle el residuo de dividir el número
 $1988^{1996^{1997}} + 1$, entre 11.
- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6
79. Halle las dos últimas cifras de 3^{1998} .
- A) 1 B) 76 C) 89
D) 96 E) 98
80. Calcule el residuo que se obtiene al dividir $\overline{abc}^{\overline{abc}}$ entre 11 si se cumple lo siguiente:
- $\overline{abc}^a = \frac{0}{11} + 2$
 • $\overline{abc}^b = \frac{0}{11} - 5$
 • $\overline{abc}^c = \frac{0}{11} + 3$
- A) 5 B) 4 C) 3
D) 7 E) 2

81. Si el residuo que se obtiene al dividir $E = 5^9 + 5^{10} + 5^{11} + \dots + 5^{300}$ entre 9 es n , halle el residuo que se obtiene al dividir $(\overline{nn}+1)^{\overline{nn}}$ entre 8.

A) 4 B) 3 C) 5
D) 2 E) 1

82. Si consideramos la expresión:

$$E(n) = 3^{2n+3} + 40n - 27, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Entonces $E(2011)$ es divisible por:

A) 24 B) 36 C) 63
D) 72 E) 86

83. ¿Cuántos números capicúas de 6 cifras son múltiplos de 7?

A) 100 B) 110 C) 120
D) 140 E) 200

84. Se sabe que $\overline{ab}^{\overline{ab}} = \overline{5} + 1$. ¿Cuántos valores puede tomar $\overline{ab}$?

A) 18 B) 37 C) 32
D) 36 E) 31

85. ¿Cuántos valores puede tomar "a" en $262^{\overline{66a}} = \overline{7} + 2$?

A) Ninguno B) 1
C) 2
D) 3 E) 4

86. Si $4x + 7y = 135$, donde $25 < x + y \leq 30$, $x \geq y \geq 0$, determine el número de soluciones

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

87. En una conferencia hay entre 400 y 500 personas, de las cuales la séptima parte son mujeres, la sexta parte son médicos y la décima parte son abogados. Halle cuántas personas son varones.

A) 60 B) 70 C) 300
D) 360 E) 100

88. En una conferencia hay 240 personas. Si de las mujeres, la cuarta parte usa anteojos, la sexta parte son solteras y la quinceava parte tiene 24 años, mientras que de los varones los $\frac{2}{3}$ usa anteojos, la cuarta parte son solteros y $\frac{1}{18}$ tiene reloj, determine la diferencia entre la cantidad de varones y mujeres asistentes.

A) 120 B) 96 C) 180
D) 60 E) 84

89. ¿Qué día de la semana nació una persona que cumplió 22 años el sábado 19 de enero de 2011?

A) martes B) domingo
C) lunes
D) jueves E) viernes

90. Si $\overline{abcde} = \overline{17}$, entonces:

A) $e + 4a + 7d - 2c - 3b = \overline{17}$
B) $e + 10d + 4a - 3b - 2c = \overline{17}$
C) $e - 7d + 2c - 3b + 4a = \overline{17}$
D) $e + 10d - 2c - 14b + 4a = \overline{17}$
E) $a + b + c + d + e = \overline{17}$

91. Si $CA(\overline{4a4}) - \overset{0}{11}$, halle el valor de "a".

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 9

92. Si $\overline{2a3b8c2} = \overset{0}{7} + 3$, calcule el resto que se obtiene al dividir $\overline{a4b5c}$ entre 7.

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 6

93. Si: $\overline{ababab\dots}_8 = \overset{0}{5} + 4$ y $\overline{abab\dots}_5 = \overset{0}{3} + 1$,
42 cifras 20 cifras

determine la suma de valores de $a \times b$.

- A) 14 B) 6 C) 7
D) 9 E) 15

94. Si: $\overline{6a3b} = \overset{0}{19} + 13$ y el residuo por exceso al dividir $\overline{a7b3^3}$ entre 19 es n, ¿cuántos términos de la sucesión 12; 19; 26; ...; 355 son múltiplos de n?

- A) 5 B) 4 C) 31
D) 30 E) 6

95. Si al dividir un número de 50 cifras iguales entre 101 se obtiene como residuo un capicúa de 3 cifras del sistema senario, calcule el residuo que se obtiene al dividir el mismo número entre 99.

- A) 48 B) 44 C) 66
D) 88 E) 42

96. Si $\overline{abcxcxcxa} = \overset{0}{7}$, ¿qué residuo se obtiene al dividir $\overline{a(a-1)(a+1)}_{(a+2)}$ entre $(a+3)$?

- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

97. Si: $\overline{abb(a+b)a} = \overset{0}{35}$ y $\overline{(m-1)(m-2)pnm} = \overset{0}{275}$,
halle el máximo valor de:
 $a+b+n+m+p$

- A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

98. Para que $\overline{a321a2}_{(7)}$ sea múltiplo de $14_{(7)}$, el valor de "a" debe ser:

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

99. Si $\overline{abcdef}_{(9)} = \overset{0}{7} + r$ y $\overline{abc}_{(2)} + \overline{def}_{(2)} = \overset{0}{7} + 5$, entonces el valor de "r" es:

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

100. Si: $\overline{abcbba(a+b)} = \overset{0}{275}$ y $\overline{22232425\dots xx} = \overset{0}{9} + m$
 $\overline{abc}$ cifras

Calcule: $(a+b+c+x+m)$

- A) 15 B) 18 C) 20
D) 22 E) 24

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**

Dado el conjunto:

$$A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 2009; 2010\}$$

Donde:

$$n(A) = 2010$$

I. Hallando la cantidad de numerales múltiplos de 30

$$\frac{2010}{30} = 67 \rightarrow \text{son } 67$$

II. Hallando la cantidad de numerales múltiplos de 13.

$$\frac{2010}{13} = 154; \dots \rightarrow \text{son } 154$$

III. Hallando la cantidad de numerales múltiplos de 12 (divisible por 4 por 6)

$$\frac{2010}{12} = 167; \dots \rightarrow \text{son } 167$$

$$\therefore 67 + 154 + 167 = 388$$

Rpta.: B**Resolución 2:**

Del enunciado:

$$\overline{abc1} = \frac{9}{7} = 7 \times k$$

Donde:

$$k = \dots 3$$

Luego:

$$1001 \leq \overline{abc1} \leq 9991$$

$$1001 \leq 7k \leq 9991$$

Dividimos entre 7:

$$143 \leq k \leq 1427, \dots$$

Valores que toma k:

$$\overline{143; 153; 163; 173; \dots; 1423}$$

Total de valores:

$$\frac{1423 - 143}{10} + 1 = 129$$

$$\therefore \text{Existen } 129 \text{ numerales}$$

Rpta.: E

Resolución 3:

Dado el conjunto:

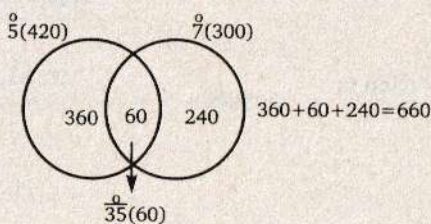
$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots; n\}$$

Hay "n" numerales

La cantidad de numerales $\frac{n}{5}$ es 420:

$$\rightarrow \frac{n}{5} = 420 \rightarrow n = 2100$$

La cantidad de numerales $\frac{n}{5}$ ó $\frac{n}{7}$ es 660. Veamos:



La cantidad de numerales $\frac{n}{8}$ es:

$$\frac{2100}{8} = 262; \dots$$

$\therefore$ Son 262

Rpta.: C

Resolución 4:

Dado el numeral:

$$N = ab(2a)(2b)$$

Descomponiendo polinómicamente:

$$N = a \times 10^3 + b \times 10^2 + (2a) \times 10 + (2b)$$

Efectuando:

$$N = 1020a + 102b = 102(10a + b)$$

Luego:

$$N = 2 \times 3 \times 17 \times (10a + b)$$

$\therefore$ El numeral siempre es divisible por 17

Rpta.: C

Resolución 5:

Dado el numeral:

$$N = \overline{abcabc}_{(6)}$$

Descomponiendo polinómicamente en bloques:

$$N = \overline{abc}_6 \times 6^3 + \overline{abc}_6 = 216 \times \overline{abc}_6 + \overline{abc}_6$$

$$N = 217 \times \overline{abc}_6 = 7 \times 31 \times \overline{abc}_6$$

∴ El numeral siempre es divisible por 31

Rpta.: E**Resolución 6:**

Se tiene:

$$E = (\overset{0}{7} + 1) + (\overset{0}{7} + 2) + (\overset{0}{7} + 3) + \dots + (\overset{0}{7} + 70)$$

$$E = \overset{0}{7} + \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + 70}_{= \frac{70 \times 71}{2}} = \overset{0}{7} + \frac{70 \times 71}{2}$$

$$E = \overset{0}{7} + 35(71) = \overset{0}{7} + \overset{0}{7}$$

$$\therefore E = \overset{0}{7}$$

Rpta.: B**Resolución 7:**

Tenemos:

$$\left. \begin{array}{l} N = \overset{0}{4} \\ N = \overset{0}{6} \end{array} \right\} \begin{array}{l} N = \overline{\text{MCM}(4;6)} \\ N = \overset{0}{12} = 12k \end{array}$$

Piden:

$$S = \underbrace{12 \times 1 + 12 \times 2 + 12 \times 3 + \dots + 12 \times 36}_{36 \text{ sumandos}}$$

$$S = 12(1 + 2 + 3 + \dots + 36)$$

$$S = 12 \left(\frac{36 \times 37}{2} \right) = 12 \times 18 \times 37$$

$$\therefore S = 7992$$

Rpta.: C

Resolución 8:

Por dato:

$$\overline{7ab} = \overline{19}$$

$$700 + \overline{ab} = \overline{19}$$

$$\overline{19} + 16 + \overline{ab} = \overline{19} \rightarrow \overline{ab} = \overline{19} - 16$$

$$\overline{ab}_{\min.} = 19 \times 2 - 16 = 22$$

$$\overline{ab}_{\max.} = 19 \times 6 - 16 = 98$$

$$\therefore 22 + 98 = 120$$

Rpta.: A**Resolución 9:**

Del enunciado:

$$4^1 + 6^2 + 14^3 + 16^4 + 24^5 + 26^6 + \dots + n^{12} = \overline{\dots x(5)}$$

Observemos que hay 112 sumandos, donde 56 de estos terminan en cifra 4 y los otros 56 terminan en cifra 6.

Ademas:

$$4^1 = \dots 4$$

$$6^2 = \dots 6$$

$$14^3 = \dots 4$$

$$16^4 = \dots 6$$

$$24^5 = \dots 4$$

$$26^6 = \dots 6$$

Luego:

$$(\dots 4) \times 56 + (\dots 6) \times 56 = \overline{\dots x}$$

$$\rightarrow (\overline{\overline{5} + 4})(\overline{\overline{5} + 1}) + (\overline{\overline{5} + 1})(\overline{\overline{5} + 1}) = \overline{\overline{5} + x}$$

$$\rightarrow (\overline{\overline{5} + 4}) + (\overline{\overline{5} + 1}) = \overline{\overline{5} + x}$$

$$\rightarrow \overline{\overline{5} + 5} = \overline{\overline{5} + x}$$

$$\therefore x = 0$$

Rpta.: E

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 08

Resolución 10: Dada la sucesión: 59; 60; 61; 62;....

Donde: $a_n = n + 58$

Queremos: $n + 58 = \overset{0}{7} + 2$

$$\rightarrow n + \overset{0}{7} + 2 = \overset{0}{7} + 2 = n = \overset{0}{7}$$

Como queremos el cuarto término de la sucesión que sea $(\overset{0}{7} + 2)$

$$n = 7 \times 4 = 28$$

$\therefore$ Ocupa el lugar 28

Rpta.: E

Resolución 11: Dada la sucesión: 175×1 ; 175×2 ; 175×3 ; ...; 175×100

El término general es:

$$a_n = 175 \times n ; 1 \leq n \leq 100$$

Queremos:

$$\begin{aligned} 175n &= \overset{0}{280} \\ 7n &= \overset{0}{8} \end{aligned} \quad \begin{array}{c} \curvearrowright \\ \div 25 \end{array}$$

$$\rightarrow n = \overset{0}{8}$$

Hay 100 términos en la sucesión y queremos averiguar cuántos valores de n

son $\overset{0}{8}$, entonces: $\frac{100}{8} = 12, \dots$

$\therefore$ Hay 12 términos de la sucesión que son $\overset{0}{8}$.

Rpta.: C

Resolución 12: Total de damas: N

Del texto:

Número damas morenas:

$$\frac{2}{3}(N) \rightarrow N = \overset{0}{3}$$

Número de damas con ojos azules:

$$\frac{1}{5}(N) \rightarrow N = \overset{0}{5}$$

Número de damas morenas y con ojos azules:

$$\frac{1}{6}(N) \rightarrow N = 6$$

Luego:

$$N = \overline{\text{MCM}(3;5;6)} \rightarrow N = \overline{30}$$

Pero:

$$N < 150 \wedge N \text{ tiene 3 cifras}$$

$$\rightarrow N = 30 \times 4 = 120$$

Veamos:

	Morenas	No morenas	
Ojos azules	$\frac{1}{6}(120) = 20$	4	$\frac{1}{5}(120) = 24$
No ojos azules	60	x	96
	$\frac{2}{3}(120) = 80$		

$$60 + x = 96$$

$$\therefore x = 36$$

Rpta.: B

Resolución 13:

$\begin{array}{l} \rightarrow \text{Número de varones} \\ \rightarrow \text{Número de mujeres} \end{array}$
 Total de personas = 600 = V + M

Respecto a los varones:

$$\text{Número de abogados: } \frac{3}{7}(V) \rightarrow V = \overline{7}$$

$$\text{Número de médicos: } \frac{4}{9}(V) \rightarrow V = \overline{9}$$

$$\text{Número de economistas: } \frac{2}{5}(V) \rightarrow V = \overline{5}$$

$$\rightarrow V = \overline{\text{MCM}(7;9;5)} \rightarrow V = \overline{315}$$

Sólo cumple:

$$V = 315$$

$$\therefore M = 600 - 315 = 285$$

Rpta.: D

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 08**Resolución 14:**

Cuando sale con Lucy ahorra:

$$15 - 12,90 = 2,10$$

Cuando sale con Rosa ahorra:

$$15 - 7,30 = 7,70$$

Número de días que sale con Lucy: a

Número de días que sale con Rosa: b

Por dato: $2,10 \times a + 7,70 \times b = 145,60$

Multiplicando por 10:

$$21a + 77b = 1456$$

Dividimos entre 7:

$$3a + 11b = 208$$

Para que el número de días transcurridos sea máximo:

$$a \Rightarrow \text{máx y } b \Rightarrow \text{mín}$$

Respecto al módulo 3:

$$\begin{aligned} \frac{3}{3} + (\frac{3}{3} + 2)b &= \frac{3}{3} + 1 \rightarrow 2b = \frac{3}{3} + 1 = \frac{3}{3} - 2 \\ \rightarrow b &= \frac{3}{3} - 1 \rightarrow b_{\min} = 2 \end{aligned}$$

Reemplazando:

$$3a + 11 \times 2 = 208 \rightarrow a = 62$$

$$\therefore a + b = 62 + 2 = 64$$

Rpta.: E

Resolución 15:

Por dato:

$$\overline{3a671b} = \frac{6}{72} = \begin{matrix} \nearrow \frac{8}{8} \\ \searrow \frac{9}{9} \end{matrix}$$

Aplicando criterio por 8:

$$\begin{aligned} \rightarrow \overline{71b} &= \frac{8}{8} \rightarrow \begin{matrix} 28 & 2 & b \\ 4 & 2 & 1 \end{matrix} = \frac{8}{8} \rightarrow 30 + b = \frac{8}{8} \\ &\rightarrow b = 2 \end{aligned}$$

Aplicando criterio por 9:

$$\overline{3a6712} = \frac{9}{9} \rightarrow 3 + a + 6 + 7 + 1 + 2 = \frac{9}{9}$$

$$\rightarrow 19 + a = \overline{9} \rightarrow a = 8$$

$$\therefore a \times b = 16$$

Rpta.: C

Resolución 16:

Dato:

$\overline{\text{pera}} = 5$ Criterio por $\overline{5}$: $a = 0 \vee a = 5$ sólo cumple: $a = 5$ ya que $a \neq 0$

Además:

$$\bullet \quad \overline{ab} = \overline{19} \rightarrow \overline{5b} = \overline{19} \rightarrow \overline{5b} = 19 \times 3 = 57$$

$$\rightarrow b = 7$$

$$\bullet \quad \overline{\text{pabe}} = \overline{7} \wedge p + e = 13$$

Aplicando criterio por 7:

$$\overline{\text{p57e}} = \overline{7} \leftrightarrow -p + \underbrace{10 + 21}_{\overline{7+3}} + e = \overline{7}$$

$$\rightarrow e - p = \overline{7} - 3 \rightarrow e - p = -3 \quad \left. \begin{array}{l} e = 5 \\ e + p = 13 \end{array} \right\} p = 8$$

$$\therefore b \times a \times p \times e = 7 \times 5 \times 8 \times 5 = 1400$$

Rpta.: B

Resolución 17:

Dato:

$$\overline{\text{a1b3c5}} = \overline{7} + 5$$

Piden:

$$\overline{\text{a7b9c}} = \overline{7} + x \quad (x < 7)$$

multiplico $\times 10$

$$\rightarrow \overline{\text{a7b9c0}} = (\overline{7} + x)(\overline{7} + 3)$$

$$\rightarrow \overline{\text{a1b3c5}} = \overline{7} + 5$$

Restando

$$\rightarrow \overline{60595} = \overline{7} + 3x - 5$$

$$\overline{7} + 3 = \overline{7} + 3x - 5$$

$$\overline{7} + 8 = \overline{7} + 3x$$

$$\overline{7} + 8 + 7 = \overline{7} + 3x = \overline{7} + 15$$

$$\therefore 3x = 15$$

$$x = 5$$

Rpta.: E

Resolución 18: Del enunciado:

$$\underbrace{435435435 \dots}_{80 \text{ cifras}} = \overline{13} + x$$

Observe que $80 = 3 + 2$

$$\rightarrow \underbrace{435435435 \dots 43543543}_{80 \text{ cifras}} = \overline{13} + x$$

Aplicando criterio por 13

$$\begin{array}{r} 435435435 \dots 43543543 = \overline{13} + x \\ -314314314 \quad -31431431 \end{array}$$

$$\text{Observe : } \begin{array}{r} 543543 = \overline{13} \\ 431431 \end{array}$$

iya que la suma algebraica de cifras resulta cero!

$$\text{Además : } 80 = 6 \times 13 + 2$$

Luego en el numeral dado:

$$\begin{aligned} \overline{13} - 12 + 3 + 0 + 0 + \dots + 0 &= \overline{13} + x \\ \rightarrow \overline{13} - 9 &= \overline{13} + x = \overline{13} + 4 \\ \therefore x &= 4 \end{aligned}$$

Rpta.: D

Resolución 19: Tenemos:

$$\overline{28} \overline{x7} \overline{5y} = \overline{33}$$

Aplicando el criterio por 33:

$$\begin{aligned} \rightarrow \overline{28} + \overline{x7} + \overline{5y} &= \overline{33} \\ \overline{xy} + 57 & \\ \rightarrow \overline{xy} + 85 &= \overline{33} \\ \overline{33} - 14 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \overline{xy} &= \overline{33} + 14 \\ \begin{array}{cc} \overline{14} & \overline{0} \end{array} &\rightarrow x + y = 5 \\ \begin{array}{cc} 47 & 33 \end{array} &\rightarrow x + y = 11 \\ \begin{array}{cc} 80 & 66 \end{array} &\rightarrow x + y = 8 \\ \therefore (x + y)_{\max} &= 11 \end{aligned}$$

Rpta.: C**Resolución 20:**

Dato:

$$\overline{\overline{30} \mid \overline{ab} \mid \overline{60}} = \overline{99}$$

Aplicando el criterio por 99

$$\begin{aligned} \rightarrow 30 + \overline{ab} + 60 &= \overline{99} \\ \rightarrow 90 + \overline{ab} &= \overline{99} \rightarrow a = 0 \\ \quad \quad \quad 09 &\quad \quad b = 9 \\ \therefore a \times b &= 0 \end{aligned}$$

Rpta.: A**Resolución 21:**

Se tiene:

$$N = \overline{a3(a+2)(2b)4243}_{(8)} = \overline{63} < \overline{9}$$

Aplicando el criterio por 9 en base 8.

$$N = \overline{a3(a+2)(2b)4243}_{(8)} = \overline{9}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow -a + 3 - a - 2 + 2b - 4 + 2 - 4 + 3 &= \overline{9} \\ \rightarrow 2b - 2a - 2 &= \overline{9} \rightarrow 2b - 2a = \overline{9} + 2 \\ \rightarrow b - a &= \overline{9} + 1 \end{aligned}$$

Aplicando criterio por 7 en base 8:

$$N = \overline{a3(a+2)(2b)4243}_{(8)} = \overline{7}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow a + 3 + a + 2 + 2b + 4 + 2 + 4 + 3 &= \overline{7} \\ \rightarrow 2a + 2b + 18 &= \overline{7} \rightarrow 2a + 2b + \overline{7} + 4 = \overline{7} \\ \rightarrow 2a + 2b &= \overline{7} - 4 \rightarrow a + b = \overline{7} - 2 \end{aligned}$$

Luego:

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 5 \\ b - a = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b = 3 \\ a = 2 \end{array}$$

$$\therefore 2a + b = 2 \times 2 + 3 = 7$$

Rpta.: B**Resolución 22:**

Dado el conjunto:

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots; 1800\}$$

Donde:

$$n(A) = 1800$$

a) Hallando la cantidad de numerales múltiplos de 20

$$\frac{1800}{20} = 90 \rightarrow \text{son } 90$$

b) Hallando la cantidad de numerales múltiplos de 50

$$\frac{1800}{50} = 36 \rightarrow \text{son } 36$$

Pero queremos la cantidad de numerales que no son múltiplos de 50

$$\rightarrow 1800 - 36 = 1764$$

$$\therefore 90 + 1764 = 1854$$

Rpta.: C**Resolución 23:**

Del enunciado:

$$N = \frac{0}{7} \wedge N \neq \frac{0}{13}$$

$$N = 7K$$

Además:

$$2000 \leq 7k \leq 3000$$

Dividimos entre 7:

$$285, \dots \leq k \leq 428, \dots$$

$$k: 286; 287; 288; \dots; 428$$

$$\text{Cantidad de valores} = 428 - 285 = 143$$

Pero:

$$k \neq \frac{0}{13}$$

$$k \neq 286 ; 299 ; 312 ; \dots ; 416$$

$$\text{cantidad de valores} = \frac{416 - 286}{13} + 1 = 11$$

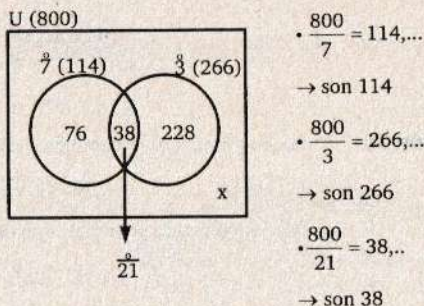
$$\therefore \text{Cantidad de numerales} = 143 - 11 = 132$$

Rpta.: A

Resolución 24: Dado el conjunto:

$$A = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots ; 800\} \rightarrow n(A) = 800$$

Graficando:



$\therefore$ La cantidad de numerales que no son 7 ni 3 es:

$$800 - 76 - 38 - 228 = 458$$

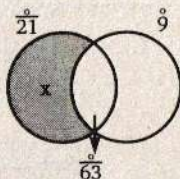
Rpta.: D

Resolución 25: Sea:

$$A = \{101 ; 103 ; 105 ; 107 ; \dots ; 999\}$$

$$\text{cantidad de numerales} = \frac{999 - 101}{2} + 1 = 450$$

Graficando:



Del conjunto los $\frac{0}{21}$:

$$\underline{105; 147; 189; \dots; 987}$$

$$\text{Cantidad de numerales} = \frac{987 - 105}{42} + 1 = 22$$

Del conjunto los $\frac{0}{63}$:

$$\underline{189; 315; 441; \dots; 945}$$

$$\text{Cantidad de numerales} = \frac{945 - 189}{126} + 1 = 7$$

$\therefore$ La cantidad de numerales impares de 3 cifras que son

$\frac{0}{21}$ pero no $\frac{0}{9}$ es:

$$22 - 7 = 15$$

Rpta.: D

Resolución 26: Del enunciado, el numeral de 3 cifras es de la forma:

$$N = \overline{(2a)(3a)a}$$

Descomponiendo polinómicamente:

$$N = (2a) \times 10^2 + (3a) \times 10 + a = 231a$$

$$N = 3 \times 7 \times 11 \times a$$

$\therefore$ No siempre es divisible por 13.

Rpta.: E

Resolución 27: Dado el numeral:

$$N = \overline{abc(2a)(2b)(2c)}_{(7)}$$

Descomponiendo polinómicamente en bloques:

$$N = \overline{abc}_{(7)} \cdot 7^3 + \overline{(2a)(2b)(2c)}_{(7)}$$

$$N = \overline{abc}_7 \cdot 343 + 2 \times \overline{abc}_7$$

$$N = 345 \times \overline{abc}_7 = 3 \times 5 \times 23 \times \overline{abc}_{(7)}$$

$\therefore$ Dicho numeral siempre es divisible por 23

Rpta.: A

Resolución 28:

Número de personas = 120

$$\left. \begin{array}{l} \text{Número de damas : } a \\ \text{Número de caballeros : } b \\ \text{Número de niños : } c \end{array} \right\} a + b + c = 120$$

Datos:

Número de caballeros no bailaban : $\frac{1}{3}(a) \rightarrow a = 3$

Número de niños : $\frac{1}{5}(a) \rightarrow a = 5$

Número de damas con Vestido blanco : $\frac{1}{4}(a) \rightarrow a = 4$

$$\rightarrow a = \text{MCM}(3; 5; 4) \rightarrow a = 60$$

$$\text{Sólo : } a = 60$$

Luego:

	Damas	Caballeros
Bailan	28	28
No Bailan	x	20
	60	48

$$x + 28 = 60$$

$$\therefore x = 32$$

Rpta.: B

Resolución 29:

	Precio Unitaria	Cantidad
Camisas:	S/. 30	a
Pantalones:	S/. 70	b

Por dato : $30a + 70b = 580$

$$\rightarrow 3a + 7b = 58$$

Respecto al módulo 7:

$$3a + 7b = 7 + 2 \rightarrow 3a = 7 + 2$$

$$\rightarrow 3a = \frac{a}{2} + 2 + 7$$

$$3a = \frac{a}{2} + 9$$

$$a = \frac{a}{2} + 3 \quad \xrightarrow{+3}$$

Simplificando :

Veamos las opciones de compra:

a	3	10	17
b	7	4	1

$\therefore$ Hay 3 opciones de compra

Rpta.: C

Resolución 30: Del texto:

	Propina	nº de días
Viernes :	S/. 15	a
Sábado :	S/. 16	b
Domingo :	S/. 17	c

La máxima cantidad de dinero recibido se consigue cuando hay más domingos y sábados

$\rightarrow$ Que empiece 1^{ero} de junio, el sábado.

Entonces:

$$a = 4 \wedge b = 5 \wedge c = 5$$

$\therefore$ Máxima cantidad de dinero que recibe:

$$4 \times 15 + 5 \times 16 + 5 \times 17 = \text{S/. } 225$$

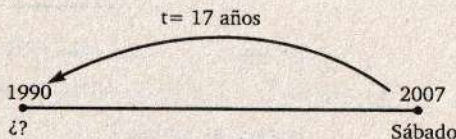
Rpta.: E

Resolución 31:

Araís cumplió 17 años un día sábado del año 2007.

Año de nacimiento : $2007 - 17 = 1990$

Luego:



Recuerde:

1 año común : $365 = 7 + 1$

1 año bisiesto : $366 = 7 + 2$

Años bisiestos : 1992 ; 1996 ; 2000 ; 2004

Entonces:

$$t = 13(7 + 1) + 4(7 + 2) = 7 + 13 + 7 + 8 = 7$$

$\therefore$ Nació un día sábado

Rpta.: B

Resolución 32: Se tiene:

$$\overline{a234b} = \frac{a}{72} = \frac{8}{9}$$

Entonces: $\overline{a234b} = 8$

Aplicando el criterio por 8:

$$\begin{aligned} \rightarrow \overline{34b} &= \frac{8}{4 \cdot 21} \rightarrow 12 + 8 + b = 8 \\ &\rightarrow 20 + b = 8 \rightarrow b = 4 \end{aligned}$$

Ahora: $\overline{a2344} = \frac{8}{9}$

Aplicando el criterio por 9:

$$\begin{aligned} \rightarrow a + 2 + 3 + 4 + 4 &= \frac{8}{9} \rightarrow a + 13 = 9 \\ &\rightarrow a = 5 \end{aligned}$$

$$\therefore a \cdot b = 5 \times 4 = 20$$

Rpta.: E

Resolución 33:

Datos:

$$\overline{a0b} = \frac{5}{5}$$

Criterio por 5 : $b = 0 \vee b = 5$ pero $b \neq 0$

$$\rightarrow b = 5$$

$$\overline{b0a} = \frac{9}{9} \rightarrow \overline{50a} = \frac{9}{9}$$

Criterio por 9 : $5 + 0 + a = \frac{9}{9} \rightarrow a = 4$

$$\overline{abc} = \overline{11} \xrightarrow{+} \overline{45c} = \overline{11}$$

Aplicando criterio por 11:

$$4 - 5 + c = \overline{11} \rightarrow c - 1 = \overline{11}$$

$$\therefore c = 1$$

Rpta.: A

Resolución 34:

Se tiene:

$$\bullet \quad \overline{29a} = \overline{11} \leftrightarrow 2 - 9 + a = \overline{11} \rightarrow a - 7 = \overline{11} \\ \rightarrow a = 7$$

$$\bullet \quad \overline{a23b} = \overline{9} \rightarrow \overline{723b} = \overline{9} \leftrightarrow 7 + 2 + 3 + b = \overline{9} \\ \rightarrow 12 + b = \overline{9} \rightarrow b = 6$$

$$\bullet \quad \overline{abc} = \overline{7} \rightarrow \overline{76c} = \overline{7} \leftrightarrow 14 + 18 + c = \overline{7}$$

$$\rightarrow \overline{7} + \overline{7} + 4 + c = \overline{7} \rightarrow 4 + c = \overline{7} \rightarrow c = 3$$

$$\therefore c^2 + 1 = 3^2 + 1 = 10$$

Rpta.: E

Resolución 35:

Por dato:

$$\overline{6x5x6} = \overline{8}$$

Aplicando el criterio por 8:

$$\overline{5x6} = \overline{8} \leftrightarrow 20 + 2x + 6 = \overline{8}$$

$$\rightarrow 26 + 2x = \overline{8} \quad \curvearrowright + 2$$

$$\rightarrow 13 + x = \overline{4}$$

$$\rightarrow x = 3 \quad \vee \quad x = 7$$

$$\text{Si: } x = 3$$

$$\rightarrow \overline{6x5x6} = 63536$$

$$\text{Si: } x = 7$$

$$\rightarrow \overline{6x5x6} = 67576$$

$$\therefore 63536 + 67576 = 131112$$

Rpta.: E

Resolución 36:

Por dato :

$$\overline{ba1ab} = \overline{44} = \begin{matrix} & 4 \\ & \swarrow \searrow \\ \overline{ab} & & \overline{11} \end{matrix}$$

Criterio por 4 :

$$\overline{ab} = \overline{4}$$

Criterio por 11 :

$$\overline{ba1ab} = \overline{11}$$

$$\Leftrightarrow 2(b-a)+1 = \overline{11} \rightarrow 2(b-a) = \overline{11} - 1$$

$$\rightarrow 2(b-a) = \overline{11} + 10 \rightarrow b-a = \overline{11} + 5$$

$$\text{i) } b-a = -6 \quad \text{ii) } b-a = 5$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 2 & 8 \times \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 8 & 3 \times \\ 6 & 1 \checkmark \end{matrix}$$

Luego:

$$E = \underbrace{(\overline{a2ba2ba2b\dots})}_{\substack{3354 \text{ cifras} \\ 3}}^{201} = \overline{9} + x$$

$$E = \underbrace{126126\dots126126}_{3354 \text{ cifras}} = \overline{9} + x$$

Aplicando el criterio por 9

$$E = \overline{9} + (1+2+6) \cdot \frac{3354}{3} = \overline{9}$$

$$\therefore x = 0$$

Rpta.: B

Resolución 37: Se tiene :

$$(\overline{ab^a})^{10} = \overline{5} + 4$$

$$(\overline{ab^b}) = \overline{5} + 3$$

Piden:

$$\overline{ab^{\overline{ab}}} = \overline{5} + x$$

$$\overline{ab^{10a+b}} = \overline{5} + x$$

$$\overline{ab^{10a}} \cdot \overline{ab^b} = \overline{5} + x$$

Reemplazando:

$$(\overline{ab^a})^{10} \cdot (\overline{ab^b}) = \overline{5} + x$$

$$\rightarrow (5+4)(5+3) = 5 + x = 5 + 12 = 5 + 2$$

$$\therefore x = 2$$

Rpta.: B

Resolución 38:

Datos:

$$\bullet \quad \overline{xyz} = \overline{25}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \downarrow \\ 00 \\ 25 \\ 50 \\ 75 \end{array}$$

$$\bullet \quad \overline{7x9yz} = \overline{77} = \begin{array}{c} \nearrow \\ 11 \end{array}$$

$$\rightarrow \overline{7x9yz} = \overline{11} \leftrightarrow$$

$$z - x - y + 16 = \overline{11} \rightarrow \begin{array}{c} \downarrow \downarrow \downarrow \\ z - x - y = \overline{11} - 5 \end{array}$$

$$75900 \neq \overline{7} \times \quad \leftarrow 0 \quad 5 \quad 0 \times$$

$$78925 = \overline{7} \checkmark \quad \leftarrow 5 \quad 8 \quad 2 \checkmark$$

$$70950 \neq \overline{7} \times \quad \leftarrow 0 \quad 0 \quad 5 \times$$

$$73975 \neq \overline{7} \times \quad \leftarrow 5 \quad 3 \quad 7 \times$$

$$\therefore x + y + z = 8 + 2 + 5 = 15$$

Rpta.: A

Resolución 39:

Tenemos:

$$\bullet \quad \overline{cba} = \overline{7} + 2$$

$$\bullet \quad \overline{abc} = \overline{11} + 8 \rightarrow \overline{cba} = \overline{11} + 8$$

$$\bullet \quad \overline{bac} = \overline{9} + 3 \rightarrow \overline{cba} = \overline{9} + 33$$

Luego:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{cba} = \overline{7} + 2 + 28 \\ \overline{cba} = \overline{11} + 8 + 22 \\ \overline{cba} = \overline{9} + 3 + 27 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \overline{cba} = \overline{\text{MCM}(7; 11; 9)} + 30 \\ \overline{cba} = \overline{693} + 30 \end{array}$$

Sólo: $\overline{cba} = 693 + 30 = 723$
 $\therefore a \times b \times c = 3 \times 2 \times 7 = 42$

Rpta.: B**Resolución 40:**

Del enunciado:

$$\overline{4xy7325} = \overline{99} + 31$$

Aplicando el criterio por 99:

$$4 + \overline{xy} + 73 + 25 = \overline{99} + 31$$

$$\overline{xy} + 102 = \overline{99} + 31$$

$$\rightarrow \overline{xy} + \overline{99} + 3 = \overline{99} + 31 \rightarrow \overline{xy} = \overline{99} + 28$$

Sólo: $\overline{xy} = 28 \rightarrow x = 2 \wedge y = 8$

$$\therefore x^2 + y^2 = 2^2 + 8^2 = 68$$

Rpta.: B**Resolución 41:**

Datos:

$$\bullet \overline{a76b47} = \overline{11} = \overline{11} + 11$$

$$\overline{a76b47} = \overline{3} + 2 = \overline{3} + 2 + 9 = \overline{3} + 11$$

$$\rightarrow \overline{a76b47} = \overline{33} + 11$$

Aplicando el criterio por 33:

$$\overline{a7 + 6b} + 47 = \overline{33} + 11$$

$$\rightarrow \overline{ab} + \overline{114} = \overline{33} + 11 \rightarrow \overline{ab} = \overline{33} - 4$$

$$\overline{33} + 15 \rightarrow \overline{ab} = 29 \text{ (mínimo)}$$

$$\rightarrow a = 2 \wedge b = 9$$

$$\therefore a \times b = 2 \times 9 = 18$$

Rpta.: B

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 08

Resolución 42:

Del texto:

$$\bullet N = \overline{n2mp3} \wedge N - 2 = \overset{9}{9} \rightarrow N = \overset{9}{9} + 2$$

$$\rightarrow \overline{n2mp3} = \overset{9}{9} + 2$$

Aplicando el criterio por 9

$$\rightarrow n + m + p + 5 = \overset{9}{9} + 2 \rightarrow n + m + p = \overset{9}{9} - 3$$

$$\bullet \overline{manp8} = \overset{9}{72} = \begin{matrix} \overset{9}{9} \\ \swarrow \searrow \\ 8 \end{matrix}$$

$$\rightarrow \overline{manp8} = \overset{9}{9}$$

Aplicando el criterio por 9

$$\rightarrow \underline{m} + a + \underline{n} + \underline{p} + 8 = \overset{9}{9}$$

$$\rightarrow \overset{9}{9} - 3 + a + 8 = \overset{9}{9} \rightarrow a = \overset{9}{9} - 5$$

$$\therefore a = 4$$

Rpta.: B

Resolución 43:

Datos:

$$\bullet \overline{d6d8e} = \overset{9}{45} = \begin{matrix} \overset{9}{9} \\ \swarrow \searrow \\ 5 \end{matrix}$$

Donde:

$$\overline{d6d8e} = \overset{9}{5} \leftrightarrow e = 0 \vee \boxed{e = 5}$$

$$\rightarrow \overline{d6d85} = \overset{9}{9} \leftrightarrow d + 6 + d + 8 + 5 = \overset{9}{9}$$

$$\rightarrow 2d + 19 = \overset{9}{9} \rightarrow 2d + \overset{9}{9} + 1 = \overset{9}{9} \rightarrow 2d = \overset{9}{9} - 1$$

$$\rightarrow 2d = \overset{9}{9} + 8 \rightarrow d = \overset{9}{9} + 4 \rightarrow \boxed{d = 4}$$

$$\bullet \overline{abcd} = \overset{8}{8} + 2 \rightarrow \overline{abc4} = \overset{8}{8} + 2$$

$$\rightarrow \overline{abc4} = \overset{4}{4} + 2 \leftrightarrow \overline{c4} = \overset{4}{4} + 2$$

$$\rightarrow \begin{matrix} \searrow \swarrow \\ \text{X} \end{matrix} \text{ ; } 3 ; 5 ; 7 ; 9$$

Pero :

$$(c-1) \left(\frac{c+1}{2} \right) \left(\frac{e+5}{2} \right) : \text{máximo} \rightarrow c=7$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 cifras diferentes

→ mayor número: 645

$$\therefore 6 + 4 + 5 = 15$$

Rpta.: D

Resolución 44:

Del texto:

$$\overline{c4b3ab1c2a}_{(11)} = \overline{6} + x$$

Debemos aplicar el criterio por 6 en base 11.

Hallando los R.P. de 11 con respecto al módulo 6.

$$11^0 = \overline{6} + 1$$

$$11^1 = \overline{6} + 5 = \overline{6} - 1$$

$$11^2 = \overline{6} + 1$$

$$11^3 = \overline{6} + 5 = \overline{6} - 1$$

$$\vdots$$

A partir de la derecha del numeral las cifras se multiplicaran por: 1 ; -1 ; 1 ; -1 ; 1 ; -1 ; ...

Luego:

$$\overline{c4b3ab1c2a}_{-1\ 1\ -1\ 1\ 1\ -1\ 1\ -1\ 1}_{(11)} = \overline{6} + x \Leftrightarrow$$

$$-x + 4 - b + 3 - a + b - 1 + c - 2 + a = \overline{6} + x$$

$$\rightarrow \overline{6} + 4 = \overline{6} + x$$

$$\therefore x = 4$$

Rpta.: A

Resolución 45:

Se tiene:

$$\bullet \overline{ab345}_{13} = \overline{12} + 8$$

Aplicando criterio por 12 en base 13:

$$\rightarrow a + b + 3 + 4 + 5 = \overline{12} + 8$$

$$\rightarrow a + b + 12 = \overline{12} + 8 \rightarrow a + b = \overline{12} + 8$$

$$\bullet \overline{3a45b}_{13} = \overline{14} + 10$$

Aplicando el criterio por 14 en base 13:

$$\rightarrow 3 - a + 4 - 5 + b = \frac{0}{14} + 10$$

$$\rightarrow b - a + 2 = \frac{0}{14} + 10 \rightarrow b - a = \frac{0}{14} + 8$$

Luego:

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 8 \\ b - a = -6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b = 1 \\ a = 7 \end{array}$$

$$\therefore a \times b = 7 \times 1 = 7$$

Rpta.: E

Resolución 46:

Por dato:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \overline{4abc} &= \frac{0}{23} + 8 \\ \overline{4000} + \overline{abc} &= \frac{0}{23} + 8 \\ \frac{0}{23} + 21 + \overline{abc} &= \frac{0}{23} + 8 \rightarrow \overline{abc} = \frac{0}{23} - 13 \\ &\rightarrow \overline{abc} = \frac{0}{23} + 10 \end{aligned}$$

Luego:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \overline{abc4} + x &= \frac{0}{23} \xrightarrow{\min} \\ \overline{abc} \times 10 + 4 + x &= \frac{0}{23} \\ (\frac{0}{23} + 10)10 + 4 + x &= \frac{0}{23} \\ \frac{0}{23} + \overline{104} + x &= \frac{0}{23} \rightarrow x = \frac{0}{23} - 12 \\ &= \frac{0}{23} + 12 \\ \therefore x_{\min} &= 11 \end{aligned}$$

Rpta.: B

Resolución 47:

Tenemos:

$$\begin{aligned} (17 + 6) \overline{q} & \left| \begin{array}{l} \frac{0}{17+3} \\ q \end{array} \right. \begin{array}{l} q > 50 \\ q: \text{mín} \end{array} \\ r=0 & \\ \rightarrow \frac{0}{17} + 6 &= (\frac{0}{17} + 3).q \\ \rightarrow \frac{0}{17} + 6 &= \frac{0}{17} + 3q \rightarrow 3q = \frac{0}{17} + 6 \end{aligned}$$

$$\rightarrow q = \frac{0}{17} + 2 \rightarrow q = 17 \times 3 + 2$$

$$\therefore q = 53$$

Rpta.: A

Resolución 48:

Del enunciado:

$$\overline{ab} = \frac{0}{13} + 3$$

$$\overline{cd} = \frac{0}{13} - 11 \rightarrow \overline{cd} = \frac{0}{13} + 2$$

Luego:

$$\overline{abcd} = \frac{0}{13} + x$$

$$\rightarrow \overline{ab} \cdot 100 + \overline{cd} = \frac{0}{13} + x$$

$$\rightarrow (\frac{0}{13} + 3)(\frac{0}{13} + 9) + (\frac{0}{13} + 2) = \frac{0}{13} + x$$

$$\rightarrow \frac{0}{13} + 27 + \frac{0}{13} + 2 = \frac{0}{13} + x = \frac{0}{13} + \underline{29}$$

$\frac{0}{13} + 3$

$$\rightarrow \frac{0}{13} + x = \frac{0}{13} + 3$$

$$\therefore x = 3$$

Rpta.: A

Resolución 49:

Del enunciado:

$$\overline{ababc}_7 = \frac{0}{5}$$

Descomponiendo polinómicamente en bloques:

$$\overline{ab}_7 \times 7^3 + \overline{ab}_7 \times 7 + c = \frac{0}{5}$$

$$\rightarrow 350 \times \overline{ab}_7 + c = \frac{0}{5}$$

Donde:

$$c = \frac{0}{5} \rightarrow c = 0 \vee c = 5$$

También:

$$a: 1; 2; 3; 4; 5; 6$$

$$b: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6$$

a toma: 6 valores
b toma: 7 valores
c toma: 2 valores

$$\therefore \text{Total de numerales} = 6 \times 7 \times 2 = 84$$

Rpta.: D

Resolución 50:

Datos:

- $\overline{mn} = \overline{pq} - 6$
- $\overline{mnpq} = \frac{0}{23}$

Descomponiendo polinómicamente en bloques:

$$\overline{mn}.100 + \overline{pq} = \frac{0}{23}$$

$$(\overline{pq} - 6).100 + \overline{pq} = \frac{0}{23}$$

$$\rightarrow \overline{101} \cdot \overline{pq} - \overline{600} = \frac{0}{23}$$

$$(\frac{0}{23} + 9)\overline{pq} - (\frac{0}{23} + 2) = \frac{0}{23}$$

$$\rightarrow \frac{0}{23} + 9.\overline{pq} - \frac{0}{23} - 2 = \frac{0}{23}$$

$$\rightarrow 9 \times \overline{pq} = \frac{0}{23} + 2 = \frac{0}{23} + 21$$

$$\rightarrow 3 \times \overline{pq} = \frac{0}{23} - 7 = \frac{0}{23} - 30 \rightarrow \overline{pq} = \frac{0}{23} - 10$$

$$\rightarrow \overline{pq} = 23 \times 2 - 10 = 36 \rightarrow \overline{mn} = 36 - 6 = 30$$

$$\rightarrow \overline{mnpq}_{\min} = 3036$$

$$\therefore 3 + 0 + 3 + 6 = 12$$

Rpta.: A

Resolución 51:

Se sabe:

$$\overline{2mnp} = \frac{0}{17} + 4$$

$$\rightarrow \overline{2000} + \overline{mnp} = \frac{0}{17} + 4$$

$$\frac{0}{17} + 11 + \overline{mnp} = \frac{0}{17} + 4 \rightarrow \overline{mnp} = \frac{0}{17} - 7$$

Luego:

$$\overline{mnp}8 + x = 17 \quad \begin{array}{l} \nearrow \text{mínimo} \\ \frac{0}{17} \end{array}$$

$$\overline{mnp}10 + 8 + x = 17 \quad \frac{0}{17}$$

$$(\frac{0}{17} - 7)10 + 8 + x = \frac{0}{17} \rightarrow x - \frac{62}{17} = \frac{0}{17}$$

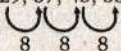
$$(17+11)$$

$$\rightarrow x = \frac{0}{17} + 11$$

$$\therefore x_{\min} = 11$$

Rpta.: B**Resolución 52:**

Dada la sucesión:

$$29; 37; 45; 53; \dots; 4517$$


Donde:

$$a_n = 8n + 21; 1 \leq n \leq 562$$

Del enunciado:

$$a_n = \frac{0}{13} + 10$$

$$\rightarrow 8n + \frac{0}{13} + 8 = \frac{0}{13} + 10 \rightarrow 8n = \frac{0}{13} + 2$$

$$\rightarrow 4n = \frac{0}{13} + 1 \rightarrow 4n = \frac{0}{13} - 12 \rightarrow n = \frac{0}{13} - 3$$

$$\rightarrow n = 13k - 3 \leq 562 \rightarrow 13k \leq 565 \rightarrow k \leq 43, \dots$$

$$\rightarrow k: \underline{1; 2; 3; 4; \dots; 43}$$

$$\therefore 43 \text{ términos de la sucesión son } \frac{0}{13} + 10$$

Rpta.: A**Resolución 53:**

Dada la siguiente sucesión:

$$18 \times 1; 18 \times 2; 18 \times 3; \dots; 18 \times 600$$

Donde:

$$a_n = 18 \times n; n \leq 600$$

Queremos aquellos términos $\frac{0}{21}$

$$\rightarrow 18 \times n = \frac{0}{21} \rightarrow 6n = \frac{0}{7} \rightarrow n = \frac{0}{7}$$

Como n toma valores del 1 al 600

$$\rightarrow \frac{600}{7} = 85, \dots$$

$\therefore$ 85 términos de dicha sucesión son $\frac{0}{21}$

Rpta.: B

Resolución 54: En la siguiente sucesión :

$$23 \times 13 ; 23 \times 14 ; 23 \times 15 ; \dots ; 23 \times 200$$

Donde :

$$a_n = 23 \times (n + 12) ; n \leq 188$$

Queremos :

$$a_n = 7 + 2$$

$$\rightarrow 23(n + 12) = 7 + 2 = 7 + 2 + 21$$

$$\rightarrow \cancel{23}(n + 12) = 7 + \cancel{23} \rightarrow n + 12 = 7 + 1$$

$$\rightarrow n + 7 + 5 = 7 + 1 \rightarrow n = 7 - 4$$

$$\rightarrow n = 7k - 4 \leq 188 \rightarrow 7k \leq 192 \rightarrow k \leq 27, \dots$$

$$\rightarrow k: \underbrace{1; 2; 3 \dots; 27}_{27 \text{ valores}}$$

$\therefore$ La sucesión tiene 27 términos que son $(7 + 2)$

Rpta.: C

Resolución 55:

Del enunciado:

$$\begin{array}{l} 25 = n + r \\ 39 = n + r \end{array} \begin{array}{l} \uparrow \\ (-) \end{array}$$

$$\rightarrow 14 = n \rightarrow n \text{ es divisor de } 14$$

$$n = 1; 2; 7; 14$$

$\therefore$ "n" toma 4 valores

Rpta.: D

Resolución 56:

Se tiene:

$$\underbrace{654654654 \dots 654654654}_{57 \text{ cifras}} = \overline{7} + x$$

Al aplicar el criterio po 7 se observará (tomando 6 cifras a partir del menor orden)

$$\begin{array}{ccccccccc} 6 & 5 & 4 & 6 & 5 & 4 & = & \overline{7} \\ -2 & -3 & -1 & 2 & 3 & 1 & & \end{array} \quad \text{ya que la suma algebraica de cifras es cero!}$$

Ahora , el numeral tiene 57 cifras, donde:

$$57 = \overline{6} + 3$$

Luego:

$$\underbrace{654654654 \dots 654654}_{54 \text{ cifras}} = \overline{7} + x$$

9 bloques de 6 cifras donde la suma algebraica de cifras al aplicar criterio por 7 es cero.

$$\rightarrow \overline{7} + 12 + 15 + 4 = \overline{7} + x = \overline{7} + \overline{31}$$

$$\rightarrow \overline{7} + x = \overline{7} + 3$$

$$\therefore x = 3$$

Rpta.: D

Resolución 57:

Datos:

$$\bullet \quad \overline{ab} = \frac{a}{b}$$

$$\bullet \quad 7 \times 9^{\overline{ab}} + 8^{\overline{ba}} = \frac{a}{56} + (a + b)$$

Respecto al módulo 7:

$$\overline{7} + (\overline{7} + 1)^{\overline{bc}} = \overline{7} + (a + b) \rightarrow a + b = \overline{7} + 1$$

Respecto al módulo 8:

$$7(\overline{8} + 1)^{\overline{ab}} + \overline{8} = \overline{8} + (a + b) \rightarrow a + b = \overline{8} + 7$$

$$a + b = \overline{7} + 15$$

$$\Rightarrow a + b = \overline{8} + 15 \rightarrow (a + b) = \frac{a}{56} + 15$$

$$\text{Sólo: } a + b = 15$$

Además:

$$\overline{ab} = \overline{13}^0 = 13 \times 6 = 78 \quad a = 7 \wedge b = 8 \quad (a + b = 15)$$

$$\therefore a \times b = 7 \times 8 = 56$$

Rpta.: C**Resolución 58:**

Del enunciado:

$$N = \underbrace{25^{33} + 32^{36} + 39^{39} + \dots + 2307^{1011}}_{\text{Total sumandos}} = \frac{2307 - 25}{7} + 1 = 327$$

Observemos:

$$a_n = (7n + 18)^{3k+30} \quad \text{Los sumandos y sus exponentes forman una P.A.}$$

Luego:

$$a_n = (7 + 7 + 4)^{3k+30} = (7 + 4)^{3k+30}$$

$$a_n = 7 + 4^{3k+30} = 7 + (4^3)^{k+10}$$

$$a_n = 7 + (7 + 1)^{k+10} \rightarrow a_n = 7 + 1$$

Ahora:

$$N = \underbrace{(7 + 1) + (7 + 1) + \dots + (7 + 1)}_{327 \text{ sumandos}}$$

$$N = 7 + 327 = 7 + 7 + 5 = 7 + 5$$

 $\therefore$ El resto es 5**Rpta.: D****Resolución 59:**

Se tiene:

$$7^{8351} = \overline{xy \dots z_{(5)}} = 5 + z$$

$$(7^2)^{4175} \times 7 = 5 + z$$

$$(5 - 1)^{4175} \cdot (5 + 2) = 5 + z$$

$$\rightarrow (5 - 1)(5 + 2) = 5 + z = 5 - 2 = 5 + 3$$

$$\therefore z = 3$$

Rpta.: A

Resolución 60:

Sea:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Número de Varones: } A \\ \text{Número de Mujeres: } B \end{array} \right\} A + B = 140$$

Además:

Caballeros con bigote:

$$\frac{1}{15}(A) \rightarrow A = \frac{a}{15}$$

Damas rubias:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{19}(B) \rightarrow B = \frac{a}{19} \\ B = \frac{a}{\text{MCM}(19; 5)} \end{array} \right\}$$

También:

$$\left. \begin{array}{l} A + B = 140 \rightarrow B = \frac{a}{5} \\ \frac{a}{5} \quad \frac{a}{5} \end{array} \right\}$$

Luego:

$$B = \frac{a}{95} \quad \text{Sólo: } B = 95$$

$$\rightarrow A = 45$$

$$\therefore B - A = 50$$

Rpta.: A

Resolución 61:

Sea:

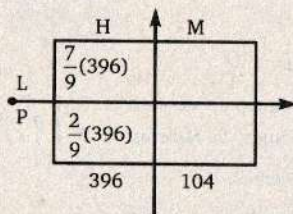
$$\left. \begin{array}{l} \text{Número de Hombres: } a \\ \text{Número de Mujeres: } b \end{array} \right\} a + b = 500$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Hombres limeños: } \frac{7}{9}(a) \rightarrow a = \frac{a}{9} \\ \text{Hombres que querían ser médicos: } \frac{1}{11}(a) \rightarrow a = \frac{a}{11} \end{array} \right\} a = \frac{a}{99}$$

Mujeres rubias : $\frac{8}{13}(b) \rightarrow b = \frac{0}{13}$

Luego : $a + b = 500$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $99 \times 4 \quad 13 \times 8$

Graficando:



$\therefore$ Número de hombres provincianos : $\frac{2}{9}(356) = 88$

Rpta.: C

Resolución 62:

Número de amigos: N

Datos:

• $N < 100 \wedge N$: máximo

• $N = \frac{0}{6} + 1$

$$N = \frac{0}{8} - 3 = \frac{0}{8} + 5 \rightarrow N = \frac{0}{6} + 13$$

$$N = \frac{0}{8} + 13$$

$$\rightarrow N = \frac{0}{24} + 13 \rightarrow N = 24 \times 3 + 13 = 85$$

Donde:

$$N = \frac{0}{10} + 5$$

$\therefore$ Al agruparlos de 10 en 10 sobran 5

Rpta.: D

Resolución 63:

I. Sea : $n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n-1)(n+1)$

De 3 números enteros consecutivos uno de ellos es $\frac{0}{2}$ y otro es

$$\frac{0}{3} \rightarrow n^3 - n = \frac{0}{6} \rightarrow \text{es verdadero}$$

II. Sea : $n(n+1)(n+2)$, según lo anterior dicho producto es $\frac{0}{3}$ pero no necesariamente $9 \rightarrow$ es falso.

III. Sea :

$$n^2(n^2 - 1); n \in \mathbb{Z}$$

$$n = -1 \rightarrow n^2(n^2 - 1) = \frac{0}{12}$$

$$n = 0 \rightarrow n^2(n^2 - 1) = \frac{0}{12}$$

$$n = 1 \rightarrow n^2(n^2 - 1) = \frac{0}{12}$$

$$n = 2 \rightarrow n^2(n^2 - 1) = \frac{0}{12}$$

$$\vdots$$

$\rightarrow$ Es verdadero

$\therefore$ La secuencia correcta es: VFV

Rpta.: C

Resolución 64: Sea : $A = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots; 1000\} \rightarrow n(A) = 1000$

Del enunciado:

$$N = \frac{0}{8} = 8k$$

$$N \neq \frac{0}{32} \rightarrow k \neq \frac{0}{4}$$

Además:

$$8k + 8 = \frac{0}{16} \rightarrow k + 1 = \frac{0}{2}$$

Observe:

k es impar

Luego:

$$8k \leq 1000 \rightarrow k \leq 125$$

$$k: 1; 3; 5; 7; \dots; 125$$

$$\text{Total} = \frac{125 - 1}{2} + 1 = 63$$

$\therefore$ Son 63 números

Rpta.: D

Resolución 65: Del enunciado:

$$200 < N < 400$$

$$\left. \begin{array}{l} N = \overline{3} \\ N = \overline{4} \\ N = \overline{5} \end{array} \right\} N = \frac{\overline{a}}{60} = 60k$$

$$\rightarrow 200 < 60k < 400$$

$$\rightarrow 4; 5; 6$$

$\therefore$ Hay 3 números

Rpta.: B

Resolución 66: Por dato:

$$\left(\frac{\overline{a}}{10} + 4 \right) \left(\frac{\overline{a}}{10} + 3 \right) = \frac{\overline{a}}{10} + 2$$

$r \text{ máx.}$ $q \Rightarrow$ capicúa de 2 cifras

$$\rightarrow \left(\frac{\overline{a}}{10} + 4 \right) = \left(\frac{\overline{a}}{10} + 3 \right) \cdot q + \left(\frac{\overline{a}}{10} + 2 \right)$$

$$\left(\frac{\overline{a}}{10} + 4 \right) = \frac{\overline{a}}{10} + 3q + \frac{\overline{a}}{10} + 2$$

$$\rightarrow 3q = \frac{\overline{a}}{10} + 2 \rightarrow 3q = \frac{\overline{a}}{10} + 12$$

$$\rightarrow q = \frac{\overline{a}}{10} + 4 \rightarrow q = 44$$

$$\therefore 4 + 4 = 8$$

Rpta.: C

Resolución 67: Se tiene:

$$\overline{1ab} + \overline{2ab} + \overline{3ab} + \dots + \overline{20ab} = \frac{\overline{a}}{51}$$

$$100 + \overline{ab} + 200 + \overline{ab} + 300 + \overline{ab} + \dots + 2000 + \overline{ab} = \frac{\overline{a}}{51}$$

$$100(1 + 2 + 3 + \dots + 20) + 20 \cdot \overline{ab} = \frac{\overline{a}}{51}$$

$$100 \times \frac{20 \times 21}{2} + 20 \cdot \overline{ab} = \frac{\overline{a}}{51}$$

$$20(50 \times 21 + \overline{ab}) = \frac{\overline{a}}{51}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \underbrace{(50 \times 21 + \overline{ab})}_{\substack{\overline{0} \\ 51-21}} &= \overline{51} \rightarrow \overline{ab} = \overline{51} + 21 \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\quad 21 \quad 0 \rightarrow a + b = 3 \\ &\quad 72 \quad 51 \rightarrow a + b = 9 \\ \therefore (a + b)_{\min} &= 2 + 1 = 3 \end{aligned}$$

Rpta.: B

Resolución 68:

Sean los dos menores números $\mathbb{Z}^+$ consecutivos: m y $(m+1)$

Por dato:

$$\begin{aligned} \bullet \quad m &= \frac{0}{43} = 43k \\ \bullet \quad m + 1 &= \frac{0}{17} \rightarrow m = \frac{0}{17} - 1 = \frac{0}{17} + 16 \\ \rightarrow 43k &= \frac{0}{17} + 16 \rightarrow (\frac{0}{17} + 9)k = \frac{0}{17} + 16 = \frac{0}{17} - 1 \\ \rightarrow 9k &= \frac{0}{17} - 1 - 17 \rightarrow 9k = \frac{0}{17} - 18 \\ &\quad \rightarrow k = \frac{0}{17} - 2 \quad \swarrow \div 9 \\ &\quad \rightarrow k_{\min.} = 15 \end{aligned}$$

Hallando el menor: $m = 43 \times 15 = 645$

$$\therefore 6 + 4 + 5 = 15$$

Rpta.: A

Resolución 69:

Se tiene:

$$\begin{aligned} 11 + 14 + 17 + 20 + \dots + \underbrace{\overbrace{(3n+8)}^{\text{mínimo}}}_{\times} &= \frac{0}{13} \\ \rightarrow \left[\frac{(11 + 3n + 8)}{2} \right] n &= \frac{0}{13} \rightarrow (3n + 19)n = \frac{0}{13} \\ \rightarrow (3n + 19).n &= \frac{0}{13} \\ \text{i) } n &= \frac{0}{13} \rightarrow n_{\min.} = 13 \rightarrow x = 3 \times 13 + 8 = 47 \\ \text{ii) } 3n + 19 &= \frac{0}{13} \rightarrow 3n + \frac{0}{13} + 6 = \frac{0}{13} \rightarrow 3(n + 2) = \frac{0}{13} \\ \rightarrow n + 2 &= \frac{0}{13} \rightarrow n_{\min.} = 11 \end{aligned}$$

$$\rightarrow x = 3 \times 11 + 8 = 41$$

$\rightarrow$ Menor valor del último sumando: 41

$$\therefore 4 + 1 = 5$$

Rpta.: C

Resolución 70:

Sea el numeral : $\overline{abcd}$

Por dato:

$$\overline{abcd} = 9(a + b + c + d)^2 = 9^2$$

$$\rightarrow \underbrace{a + b + c + d = 9}_{9; 18; 27; 36}$$

Luego:

$$\overline{abcd} = 9(9)^2 = 729 \times$$

$$\overline{abcd} = 9(18)^2 = 2916 \checkmark$$

$$\overline{abcd} = 9(27)^2 = 6561 \times$$

$$\overline{abcd} = 5(36)^2 = 11664 \times$$

$$\therefore a + b + c + d = 18$$

Rpta.: B

Resolución 71:

Sea el numeral : $\overline{abc} (a; b; c \neq 0) \wedge \overline{abc}$: máximo

Por dato: $\overline{abc} - \overline{cba} = 9 - 1 \quad (a > c)$

$$(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 9 - 1$$

$$\rightarrow 99(a - c) = 9 - 1 \rightarrow (9 + 1)(a - c) = 9 - 1$$

$$\rightarrow a - c = 9 - 1 \rightarrow a - c = 6$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ 9 \quad 3 \times \\ 8 \quad 2 \times \\ 7 \quad 1 \checkmark \end{array} \quad \text{Sólo: } b = 1$$

$$\therefore a + b + c = 7 + 1 + 1 = 9$$

Rpta.: C

Resolución 72:

Se tiene:

$$\bullet \quad 352_n = \frac{9}{7} + 2 \text{ y } 14 < n < 21$$

$$\rightarrow 3n^2 + 5n + 2 = \frac{9}{7} + 2 \rightarrow n(3n + 5) = \frac{9}{7}$$

i) $n = \frac{9}{7}$ pero: $14 < n < 21$ no cumple!

$$\text{ii) } 3n + 5 = \frac{9}{7} \rightarrow 3n = \frac{9}{7} - 5 = \frac{9}{7} - 12$$

$$\rightarrow n = \frac{9}{7} - 4 \text{ como: } 14 < n < 21 \rightarrow n = 17$$

Luego:

$$n^{\overline{a5}} = \frac{0}{11} + x \rightarrow 17^{\overline{a5}} = \frac{0}{11} + x$$

$$\rightarrow (\frac{0}{11} + 6)^{\overline{a5}} = \frac{0}{11} + x \rightarrow 6^{\overline{a5}} = \frac{0}{11} + x$$

O también:

$$(\frac{0}{11} - 5)^{\overline{a5}} = \frac{0}{11} + x$$

$$\rightarrow \frac{0}{11} - 5^{\overline{a5}} = \frac{0}{11} + x$$

Observemos.

$$5^0 = \frac{0}{11} + 1$$

$$5^1 = \frac{0}{11} + 5$$

$$5^2 = \frac{0}{11} + 3$$

$$5^3 = \frac{0}{11} + 4$$

$$5^4 = \frac{0}{11} + 9$$

$$5^5 = \frac{0}{11} + 1$$

$$\vdots$$

Se observa:

$$g = 5$$

Ahora:

$$\frac{0}{11} - 5^g = \frac{0}{11} + x \rightarrow \frac{0}{11} - (\frac{0}{11} + 1) = \frac{0}{11} + x$$

$$\rightarrow \frac{0}{11} - 1 = \frac{0}{11} + x = \frac{0}{11} + 10$$

$$\therefore x = 10$$

Rpta.: B**Resolución 73:**

Del enunciado:

$$\overline{abc7} = \frac{0}{19} + 5$$

$$\overline{abc.10} + 7 = \frac{0}{19} + 5 \rightarrow \overline{abc.10} = \frac{0}{19} - 2$$

$$\rightarrow \overline{abc} \cdot 5 = \frac{0}{19} - 1 = \frac{0}{19} - 1 - 19 = \frac{0}{19} - 20$$

$$\rightarrow \overline{abc} = \frac{0}{19} - 4 = 19k - 4$$

Luego:

$$\begin{array}{l} 100 \leq 19k - 4 \leq 999 \\ 104 \leq 19k \leq 1003 \\ 5, \dots \leq k \leq 52, \dots \end{array} \begin{array}{l} + 4 \\ \div 19 \end{array}$$

$$\underline{6; 7; 8; 9; \dots; 52}$$

$$52 - 5 = 47 \text{ valores}$$

$\therefore$ Existen 47 numerales

Rpta.: B

Resolución 74:

Por dato:

$$\overline{577} \times \overline{a215}_9 \times \overline{b212}_3 = \overline{\dots xy}_3 = 9 + \overline{xy}_3$$

Respecto al modulo 9:

$$(\overline{9+1})(\overline{9+5})(\overline{9+12}_3) = \overline{9+xy}_3$$

$$(\overline{9+5})(\overline{9+5}) = \overline{9+xy}_3 = \overline{9+25}_{\overline{9+7}}$$

$$\rightarrow \overline{9+7} = \overline{9+xy}_3 \rightarrow \overline{xy}_3 = 7 = \overline{21}_3$$

$$x = 2 \wedge y = 1$$

$$\therefore x + y = 3$$

Rpta.: A

Resolución 75:

Sea la sucesión:

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & ; & 9 & ; & 16 & ; & 23 & ; & 30 & ; & \dots \\ & & \underbrace{\hspace{1cm}}_7 & & \underbrace{\hspace{1cm}}_7 & & \underbrace{\hspace{1cm}}_7 & & \underbrace{\hspace{1cm}}_7 & & \end{array}$$

Donde:

$$a_n = 7n - 5$$

Queremos términos múltiplos de 9

$$\rightarrow 7n - 5 = \overline{9} \rightarrow 7n = \overline{9} + 5 = \overline{9} + 14$$

$$\rightarrow n = \overset{0}{9} + 2$$

2	0	$\rightarrow 0 \times 9$
11	9	$\rightarrow 1 \times 9$
20	18	$\rightarrow 2 \times 9$
29	27	$\rightarrow 3 \times 9$
$\vdots$	$\vdots$	
218	216	$\rightarrow 24 \times 9$

Entonces, el vigésimo quinto término de la sucesión que es $\overset{0}{9}$ es:

$$a_{218} = 7 \times 218 - 5 = 1521$$

$$\therefore 1 + 5 + 2 + 1 = 9$$

Rpta.: A

Resolución 76: Tenemos:

$$\bullet \overline{n57m} = \overset{0}{22} = \begin{matrix} \nearrow \overset{0}{2} \\ \searrow \overset{0}{11} \end{matrix}$$

Aplicando el criterio por 2

$$\overline{n57m} = \overset{0}{2} \leftrightarrow m = \overset{0}{2} \rightarrow m = 0; 2; 4; 6; 8$$

Aplicando el criterio por 11

$$\overline{n57m} = \overset{0}{11} \leftrightarrow m - n - 2 = \overset{0}{11} \rightarrow m - n = \overset{0}{11} + 2$$

$\downarrow$	$\downarrow$
0	9 ✓
2	0 ×
4	2 ✓
6	4 ✓
8	6 ✓

$\therefore$ Son 4 numerales

Rpta.: C

Resolución 77: Se tiene:

$$E = \overline{b1}^4 + \overline{b3}^8 + \overline{b5}^{12} + \dots + \overline{b41}^{84}$$

Piden:

$$E = \overline{...xyz}_2 = \overset{0}{8} + \overline{xyz}_2$$

Recuerde:

$$(\text{IMPAR})^{(\text{PAR})} = \overset{0}{8} + 1$$

Cada sumando es impar y su exponente respectivo es par:

Observemos los exponentes:

$$\underbrace{4}_{1 \times 4} ; \underbrace{8}_{2 \times 4} ; \underbrace{12}_{3 \times 4} ; \dots ; \underbrace{84}_{21 \times 4} \text{ entonces hay 21 sumandos}$$

Luego:

$$E = \underbrace{(\overset{0}{8} + 1) + (\overset{0}{8} + 1) + \dots + (\overset{0}{8} + 1)}_{21 \text{ sumandos}}$$

$$E = \overset{0}{8} + 21 = \overset{0}{8} + 5 \rightarrow \overline{xyz}_2 = 5 = 101_2$$

$$\therefore x + y + z = 1 + 0 + 1 = 2$$

Rpta.: A

Resolución 78:

Del enunciado:

$$\underbrace{1988}_{1996^{1997}} + 1 = \overset{0}{11} + x$$

$$(\overset{0}{11} - 3)^{1996^{1997}} + 1 = \overset{0}{11} + x$$

$$\overset{0}{11} + 3^{1996^{1997}} + 1 = \overset{0}{11} + x$$

$$3^{1996^{1997}} + 1 = \overset{0}{11} + x$$

Observe.

$$\begin{aligned} 1996^{1997} &= (\overset{0}{5} + 1)^{1997} = \overset{0}{5} + 1 \\ &= 5k + 1 \end{aligned}$$

Luego:

$$3^{5k+1} + 1 = \overset{0}{11} + x$$

$$(3^5)^k \cdot 3 + 1 = \overset{0}{11} + x = (\overset{0}{243})^k \cdot 3 + 1 = \overset{0}{11} + x$$

$$\rightarrow (\overset{0}{11} + 1)^k \cdot 3 + 1 = \overset{0}{11} + x = (\overset{0}{11} + 1) \cdot 3 + 1$$

$$\rightarrow \overset{0}{11} + 4 = \overset{0}{11} + x$$

$$\therefore x = 4$$

Rpta.: C

Resolución 79: Del enunciado:

$$3^{1998} = \overline{\dots xy} = \frac{a}{100} + \overline{xy}$$

Recuerde: Si a y m son PESI

$$\rightarrow a^{\phi(m)} = \frac{a}{m} + 1$$

Donde $\phi(m)$ es el indicador de m . Luego:

3 y 100 son PESI

$$\rightarrow 3^{\phi(100)} = \frac{a}{100} + 1 = 3^{40}$$

$\phi(100) = \phi(2^2 \times 5^2)$ $\phi(100) = 2(2-1) \cdot 5(5-1)$ $\phi(100) = 40$

Elevando al exponente 50:

$$\rightarrow 3^{2000} = \frac{a}{100} + 1$$

Veamos:

$$3^{1998}(3^2) = (\frac{a}{100} + \overline{xy})(3^2)$$

$$\rightarrow 3^{2000} = \frac{a}{100} + 9 \cdot \overline{xy} = \frac{a}{100} + 1$$

$$\rightarrow \frac{a}{100} + 9 \cdot \overline{xy} = \frac{a}{100} + 801 \rightarrow 9 \cdot \overline{xy} = 801$$

$$\therefore \overline{xy} = 89$$

Rpta.: C

Resolución 80: Queremos:

$$\overline{abc}^{\overline{abc}} = \frac{a}{11} + x$$

$$\overline{abc}^{100a+10b+c} = \frac{a}{11} + x$$

$$(\overline{abc}^a)^{100}(\overline{abc}^b)^{10}(\overline{abc}^c) = \frac{a}{11} + x$$

Reemplazando los datos:

$$(\frac{a}{11} + 2)^{100}(\frac{a}{11} - 5)^{10}(\frac{a}{11} + 3) = \frac{a}{11} + x$$

$$(\frac{a}{11} + (2^5)^{20})(\frac{a}{11} + (5^5)^2)(\frac{a}{11} + 3) = \frac{a}{11} + x$$

$$(\frac{a}{11} + (\frac{a}{11} - 1)^{20})(\frac{a}{11} + (\frac{a}{11} + 1)^2)(\frac{a}{11} + 3) = \frac{a}{11} + x$$

$$(\frac{a}{11} + 1)(\frac{a}{11} + 1)(\frac{a}{11} + 3) = \frac{a}{11} + 3 = \frac{a}{11} + x$$

$$\therefore x = 3$$

Rpta.: C

Resolución 81:

Se tiene:

$$E = 5^9 + 5^{10} + 5^{11} + \dots + 5^{300} = 9 + n$$

Restos potenciales de 5 con respecto al modulo 9

$$\left. \begin{array}{l} 5^0 = 9 + 1 \\ 5^1 = 9 + 5 \\ 5^2 = 9 + 7 \\ 5^3 = 9 + 8 \\ 5^4 = 9 + 4 \\ 5^5 = 9 + 2 \\ 5^6 = 9 + 1 \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right\} \rightarrow g = 6 \left\{ \begin{array}{l} 5^{6k} = 9 + 1 \\ 5^{6k+1} = 9 + 5 \\ 5^{6k+2} = 9 + 7 \\ 5^{6k+3} = 9 + 8 \\ 5^{6k+4} = 9 + 4 \\ 5^{6k+5} = 9 + 2 \end{array} \right.$$

Luego:

$$E = (9 + 8) + (9 + 4) + (9 + 2) + \dots + (9 + 1)$$

Desde 5^{12} hasta 5^{299} se repetirá la suma $(1 + 5 + 7 + 8 + 4 + 2)$, 48 veces, es decir, $(27)(48) = 9$

$$\rightarrow E = (9 + 8) + (9 + 4) + (9 + 2) + 9 + (9 + 1)$$

$$E = 9 + 15 = 9 + 6 = 9 + n \rightarrow n = 6$$

Ahora:

$$(\overline{nn} + 1)^{\overline{n9}} = 8 + x$$

$$\rightarrow (66 + 1)^{69} = 8 + x \rightarrow (8 + 3)^{69} = 8 + x$$

$$\rightarrow 3^{69} = 8 + x \rightarrow (3^4)^{17} \cdot 3 = 8 + x$$

$$\rightarrow (8 + 1)^{17} \cdot 3 = 8 + 3 = 8 + x$$

$$\therefore x = 3$$

Rpta.: B**Resolución 82:**

Tenemos:

$$E(n) = 3^{2n+3} + 40n - 27; \forall n \in \mathbb{N}$$

$$E(2011) = 3^{2 \times 2011 + 3} + 40 \times 2011 - 27$$

$$E(2011) = 3^{4025} + 40 \times 2011 - 27$$

$$E(2011) = (3^2)^{2012} 3 + 40 \times 2011 - 27$$

$$E(2011) = (8+1)^{2012} \cdot 3 + 8 - (8+3)$$

$$E(2011) = (8+1) \cdot 3 + 8 - 8 - 3$$

$$E(2011) = 8 + 3 + 8 - 3 = 8$$

∴ Siempre es divisible por 8

Rpta.: E

Resolución 83:

Por dato : $\overline{abccba} = 9$

Aplicando el criterio por 7

$$\overline{\begin{smallmatrix} a & b & c & c & b & a \\ -2 & -3 & -1 & 2 & 3 & 1 \end{smallmatrix}} = 9 \leftrightarrow -2a - 3b - c + 2c + 3b + a = 9$$

$$\rightarrow c - a = 7$$

I. $c - a = 0$

$$\left. \begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ \vdots & \vdots \\ 9 & 9 \end{array} \right\} 9 \text{ casos}$$

Pero "b" toma valores del 0 al 9 (10 valores)

$$\rightarrow \text{Total} = 9 \times 10 = 90 \text{ numerales}$$

II. $c - a = 7$

$$\left. \begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 9 & 2 \\ 8 & 1 \end{array} \right\} 2 \text{ casos}$$

Pero "b" también tomará 10 valores.

$$\rightarrow \text{Total} = 2 \times 10 = 20 \text{ numerales}$$

III. $c - a = -7$

$$\left. \begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 2 & 9 \\ 1 & 8 \\ 0 & 7 \end{array} \right\} 3 \text{ casos}$$

Pero "b" también tomará 10 valores.

$$\rightarrow \text{Total} = 3 \times 10 = 30 \text{ numerales}$$

∴ Total de numerales capicúas

$$90 + 20 + 30 = 140$$

Rpta.: D

Resolución 84:

Por dato:

$$\overline{ab} = 5 + 1$$

$$\text{i) } \overline{ab} = 5 + 1 = 5k + 1$$

$$\rightarrow (5 + 1)^{5k+1} = 5 + 1$$

$$\rightarrow 5k + 1 = \overline{ab}$$

$$\quad \quad \quad \hookrightarrow \underbrace{2; 3; 4; \dots; 19}_{18 \text{ casos}}$$

$$\text{ii) } \overline{ab} = 5 + 2 = 5k + 2$$

$$\rightarrow (5 + 2)^{5k+2} = 5 + 2^{5k+2}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2^0 = 5 + 1 \\ 2^1 = 5 + 2 \\ 2^2 = 5 + 4 \\ 2^3 = 5 + 3 \\ 2^4 = 5 + 1 \\ \vdots \end{array} \right\} g = 4$$

Observe:

$$5k + 2 = 4$$

$$5k = 4 - 2 = 4 + 2$$

$$5k = 4 + 10$$

$$k = 4 + 2$$

$$\hookrightarrow \underbrace{2; 6; 10; 14; 18}_{5 \text{ casos}}$$

$$\text{iii) } \overline{ab} = 5 + 3 = 5k + 3$$

$$\rightarrow (5 + 3)^{5k+3} = 5 + 3^{5k+3}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3^0 = 5 + 1 \\ 3^1 = 5 + 2 \\ 3^2 = 5 + 4 \\ 3^3 = 5 + 3 \\ 3^4 = 5 + 1 \end{array} \right\} g = 4$$

Observe:

$$5k + 3 = 4$$

$$5k = 4 - 3 = (4 + 1)$$

$$5k = 4 + 5$$

$$k = 4 + 1$$

$$\hookrightarrow \underbrace{5; 9; 13; 17}_{4 \text{ casos}}$$

$$\text{iv) } \overline{ab} = 5 + 4 = 5k + 4$$

$$\rightarrow (5 + 4)^{5k+4} = 5 + 4^{5k+4}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4^0 = 5 + 1 \\ 4^1 = 5 + 2 \\ 4^2 = 5 + 4 \end{array} \right\} g = 2$$

Observe:

$$5k + 4 = (\text{PAR})$$

$$\hookrightarrow \underbrace{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18}_{9 \text{ casos}}$$

∴ Total de valores de $\overline{ab}$:

$$18 + 5 + 4 + 9 = 36$$

Rpta.: D

Resolución 85: Se tiene:

$$262\overline{66a} = \overline{a} + 2$$

$$(\overline{a} + 3)\overline{66a} = \overline{a} + 2$$

$$\overline{a} + 3\overline{66a} = \overline{a} + 2 \rightarrow 3\overline{66a} = \overline{a} + 2$$

Restos potenciales de 3 con respecto al módulo 7

$$3^0 = \overline{a} + 1$$

$$3^1 = \overline{a} + 3$$

$$3^2 = \overline{a} + 2$$

$$3^3 = \overline{a} + 6$$

$$3^4 = \overline{a} + 4$$

$$3^5 = \overline{a} + 5$$

$$3^6 = \overline{a} + 1$$

$$\vdots$$

Observe:

$$3^{\overline{a}+2} = \overline{a} + 2$$

$$\rightarrow \overline{66a} = \overline{a} + 2$$

$$\rightarrow \overline{660} + a = \overline{a} + 2$$

$$\overline{a} + a = \overline{a} + 2$$

$$\rightarrow a = 2 \vee a = 8$$

∴ "a" toma dos valores

Rpta.: C

Resolución 86: Tenemos:

$$4x + 7y = 135$$

Además:

$$25 < x + y \leq 30$$

$$x \geq y \geq 0$$

Con respecto al modulo 7

$$4x + \overline{a} = \overline{a} + 2 \rightarrow 4x = \overline{a} + 2$$

$$\rightarrow 2x = \overline{a} + 1 = \overline{a} + 8 \rightarrow x = \overline{a} + 4$$

Luego:

x	4	11	18	25	32
y	17	13	9	5	1

∴ Hay 2 soluciones

Rpta.: B

Resolución 87:

Sea el número de personas: N

Dato:

$$400 < N < 500$$

Además:

Número de mujeres:

$$\frac{1}{7}(N) \rightarrow N = 7$$

Número de médicos:

$$\frac{1}{6}(N) \rightarrow N = 6$$

Número de abogados:

$$\frac{1}{10}(N) \rightarrow N = \frac{0}{10}$$

$$\rightarrow N = \overline{\text{MCM}(7; 6; 10)} = \frac{0}{210}$$

Sólo:

$$N = 210 \times 2 = 420$$

$$\therefore \text{El número de varones es: } \frac{6}{7}(420) = 360$$

Rpta.: D**Resolución 88:**

Sea:

Número de Hombres : H

Número de Mujeres : M

Por dato :

$$H + M = 240$$

Respecto a las mujeres:

Usan anteojos :

$$\frac{1}{4}(M) \rightarrow M = \frac{0}{4}$$

Solteras :

$$\frac{1}{6}(M) \rightarrow M = \frac{0}{6}$$

Tiene 24 años :

$$\frac{1}{15}(M) \rightarrow M = \frac{0}{15}$$

$$\left. \begin{array}{l} M = \frac{0}{4} \\ M = \frac{0}{6} \\ M = \frac{0}{15} \end{array} \right\} M = \frac{0}{60}$$

Respecto a los varones:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Usan anteojos : } \frac{2}{3}(H) \rightarrow H = \frac{9}{2} \\ \text{Solteros : } \frac{1}{4}(H) \rightarrow H = \frac{4}{1} \\ \text{Usan reloj : } \frac{1}{18}(H) \rightarrow H = \frac{18}{1} \end{array} \right\} H = \frac{0}{36}$$

Cumplen:

$$H = 36 \times 5 = 180$$

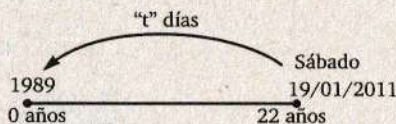
$$M = 60 \times 1 = 60$$

$$\therefore H - M = 180 - 60 = 120$$

Rpta.: A

Resolución 89:

Del enunciado:



En los 22 años hay 5 años bisiestos y 17 años comunes.

Además debemos expresar "t" con respecto al modulo 7.

Luego:

$$t = (365)17 + (366)5$$

$$t = (7^2 + 1)(7^2 + 3) + (7^2 + 2)5 = 7^2 + 3 + 7^2 + 10 = \frac{7^2 + 13}{7 + 6}$$

$$t = 7^2 + 6 = 7^2 - 1 \quad \text{Como estamos retrocediendo utilizamos el resto por exceso.}$$

$\therefore$ Nació un día viernes

Rpta.: E

Resolución 90:

Se tiene:

$$\overline{abcde} = \frac{a}{17}$$

$$a \cdot 10^4 + b \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10 + e = \frac{a}{17}$$

Observemos:

$$10^0 = \frac{a}{17} + 1$$

$$10^1 = \frac{a}{17} + 10 = \frac{a}{17} - 7$$

$$10^2 = \frac{a}{17} + 15 = \frac{a}{17} - 2$$

$$10^3 = \frac{a}{17} + 14 = \frac{a}{17} - 3$$

$$10^4 = \frac{a}{17} + 4$$

Luego:

$$a(\frac{a}{17} + 4) + b(\frac{a}{17} - 3) + c(\frac{a}{17} - 2) + d(\frac{a}{17} - 7) + e = \frac{a}{17}$$

$$\frac{a}{17} + 4a + \frac{a}{17} - 3b + \frac{a}{17} - 2c + \frac{a}{17} - 7d + e = \frac{a}{17}$$

$$\rightarrow e + 4a - 3b - 2c - 7d = \frac{a}{17}$$

$$\therefore e + 10d + 4a - 3b - 2c = \frac{a}{17}$$

Rpta.: B**Resolución 91:**

Por dato:

$$CA(\overline{4a4}) = \frac{a}{11}$$

$$1000 - (\overline{4a4}) = \frac{a}{11}$$

$$\begin{array}{r} - + + + \\ + + + \end{array}$$

Aplicando el criterio por 11 se tendrá:

$$(\frac{a}{11} - 1) - (\frac{a}{11} + 8 - a) = \frac{a}{11}$$

$$\frac{a}{11} - 9 + a = \frac{a}{11}$$

$$\therefore a = 9$$

Rpta.: E

Resolución 92:

Dato:

$$\overline{2a3b8c2} = 7 + 3$$

Piden:

$$\overline{a4b5c} = 7 + x$$

Multiplcando por 10:

$$\begin{aligned}\overline{a4b5c0} &= (7 + x)(10) = (7 + x)(7 + 3) \\ &= 7 + 3x\end{aligned}$$

Luego:

$$\begin{aligned}\overline{2a3b8c2} &= 7 + 3 \\ \overline{a4b5c0} &= 7 + 3x \quad \downarrow (-) \\ \hline \overline{1990302} &= 7 + 3 - 3x \\ &\quad \swarrow \text{respecto al módulo 7} \\ \rightarrow 7 - 1 &= 7 + 3 - 3x \rightarrow 7 + 3x = 7 + 4 = 7 + 4 + 14 \\ \rightarrow 7 + 3x &= 7 + 18 \rightarrow 3x = 18 \\ \therefore x &= 6\end{aligned}$$

Rpta.: E

Resolución 93:

Se tiene:

$$\underbrace{\overline{abab\dots ab}}_{42 \text{ cifras}} = 5 + 4$$

Para aplicar el criterio por 5 en base 8, hallemos restos potenciales.

$$\left. \begin{aligned}8^0 &= 5 + 1 \\ 8^1 &= 5 + 3 = 5 - 2 \\ 8^2 &= 5 + 4 = 5 - 1 \\ 8^3 &= 5 + 2 \\ 8^4 &= 5 + 1 \\ &\vdots \\ &\vdots\end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Los restos potenciales de 8} \\ \text{respecto al módulo 5 son:} \\ 1; -2; -1; 2. \end{array}$$

$$\overline{abab\dots abab} = 5 + 4$$

-2121 2-1-21(8)

Cada 4 cifras desde la derecha, al aplicar el criterio, la suma algebraica de cifras es 0 pero a la izquierda quedarán 2 cifras ya que el numeral tiene 42 cifras, donde $42 = 4 + 2$.

$$\rightarrow b - 2a = \overset{0}{5} + 4 \rightarrow 3a + b = \overset{0}{5} + 4$$

$$\bullet \underbrace{\overline{abab\dots}_{(5)}}_{20 \text{ cifras}} = \overset{0}{3} + 1$$

Para aplicar el criterio por 3 en base 5, hallemos restos potenciales:

$$5^0 = \overset{0}{3} + 1 \quad 5^2 = \overset{0}{3} + 1$$

$$5^1 = \overset{0}{3} + 2 \quad 5^3 = \overset{0}{3} + 2 \quad \dots$$

Luego:

$$\overline{abab\dots ab}_{\substack{2 \ 1 \ 2 \ 1 \ 2 \ 1}} = \overset{0}{3} + 1$$

$$\rightarrow (2a)10 + b(10) = \overset{0}{3} + 1$$

$$\rightarrow 20a + 10b = \overset{0}{3} + 1 \rightarrow 2a + b = \overset{0}{3} + 1$$

Tenemos:

$$3a + b = \overset{0}{5} + 4 \wedge 2a + b = \overset{0}{3} + 1$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{array}$$

$$a \times b = 6 \vee a \times b = 8$$

$$\therefore 6 + 8 = 14$$

Rpta.: A

Resolución 94:

Tenemos:

$$\bullet \overline{6a3b} = \overset{0}{19} + 13$$

$$\overline{6030} + \overline{a0b} = \overset{0}{19} + 13$$

$$\overset{0}{19} + 7 + \overline{a0b} = \overset{0}{19} + 13 \rightarrow \overline{a0b} = \overset{0}{19} + 6$$

$$\rightarrow \overline{100a} + b = \overset{0}{19} + 6$$

$$(\overset{0}{19} + 5)a + b = \overset{0}{19} + 6 \rightarrow 5a + b = \overset{0}{19} + 6$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 \\ 5 & 0 \\ 8 & 4 \end{array}$$

$$\cdot \overline{a7b3}^3 = \begin{cases} (1713)^3 \\ (5703)^3 = (\overline{19}+3)^3 \\ (8743)^3 \end{cases}$$

$$\overline{a7b3}^3 = \overline{19} + 27 = \overline{19} + 8 = \overline{19} - 11$$

$$\rightarrow n = 11$$

Luego:

Sea la sucesión:

$$\begin{array}{c} 12; 19; 26; \dots; 355 \\ \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad 7 \quad 7 \end{array}$$

Donde:

$$a_k = 7k + 5; 1 \leq k \leq 50$$

Queremos:

$$7k + 5 = \overline{n} = \overline{11}$$

$$7k = \overline{11} - 5 = \overline{11} + 6 = \overline{11} + 6 + 22 = \overline{11} + 28$$

$$\rightarrow k = \overline{11} + 4$$

$$\rightarrow 4; 15; 26; 37; 48$$

\(\therefore\) 5 términos de la sucesión son múltiplos de 11.

Rpta.: A

Resolución 95:

Del texto:

$$\underbrace{\overline{aaa \dots aaa}}_{50 \text{ cifras}} = \overline{101} + \overline{xyx}_6$$

Observe:

$$\overline{aaaa} = \overline{101}$$

$$\overline{aaaaaaaa} = \overline{101}$$

Luego:

$$\underbrace{\overline{aaa \dots aaa}}_{48 \text{ cifras}} \times 10^2 + \overline{aa} = \overline{101} + \overline{xyx}_6$$

$$\rightarrow \overline{101} + \overline{aa} = \overline{101} + \overline{xyx}_6$$

$$\rightarrow \overline{aa} = \overline{xyx}_6 \text{ Sólo } a = 5$$

$$\rightarrow 55 = \overline{xyx}_6 = 131_6$$

Ahora: $\underbrace{\overline{55!55! \dots !55!55}}_{50 \text{ cifras}} = \frac{\overline{0}}{99} + r$

Al aplicar el criterio por 99:

$$\frac{\overline{0}}{99} + \underbrace{55 \times 25}_{\frac{\overline{0}}{99} + r} = \frac{\overline{0}}{99} + r$$

$$\frac{\overline{0}}{99} + \frac{\overline{0}}{99} + 88 = \frac{\overline{0}}{99} + r = \frac{\overline{0}}{99} + 88$$

$$\therefore r = 88$$

Rpta.: D

Resolución 96:

Dato:

$$\overline{ab \ c \ x \ bc \ x a} = 7$$

$$31-2-3-1231$$

Aplicando el criterio por 7:

$$\overline{7} + 3a + \cancel{b} - \cancel{2c} - \cancel{3x} - \cancel{b} + \cancel{2c} + \cancel{3x} + a = \overline{7}$$

$$\rightarrow 4a = \overline{7} \rightarrow a = \overline{7} \text{ Sólo : } a = 7$$

Luego:

$$\overline{a(a-1)(a+1)}_{(a+2)} = \overline{(a+3)} + r$$

$$\rightarrow 768_9 = \frac{\overline{0}}{10} + r$$

Aplicando el criterio por 10 en base 9:

$$\overline{768}_{+-+} = \frac{\overline{0}}{10} + 7 - 6 + 8 = \frac{\overline{0}}{10} + 9 = \frac{\overline{0}}{10} + r$$

$$\therefore r = 9$$

Rpta.: C

Resolución 97:

Dato:

$$\overline{abb(a+b)a} = \frac{\overline{0}}{35} = \frac{\overline{5}}{5}$$

$$\bullet \overline{abb(a+b)a} = \frac{\overline{5}}{5} \rightarrow a = 5$$

$$\bullet \overline{5b \ b(5+b)5} = \frac{\overline{0}}{1}$$

$$-3-1 \quad 2 \quad 3 \quad 1$$

$$\rightarrow 4b + 5 = \overline{0} \text{ Sólo : } b = 4$$

Además:

$$\overline{(m-1)(m-2)pnm} = \frac{0}{275} = \frac{0}{25} \leftarrow \frac{0}{25}$$

$$\bullet \overline{(m-1)(m-2)pnm} = \frac{0}{25} \rightarrow \overline{nm} = \frac{0}{25}$$

$$\rightarrow \overline{nm} = 75 \quad n = 7 \wedge m = 5$$

$$\bullet \overline{43p75} = \frac{0}{11} \rightarrow p - 1 = \frac{0}{11}$$

$$\begin{array}{c} + - + + \\ \rightarrow p = 1 \end{array}$$

$$\therefore \begin{array}{cccccc} a & + & b & + & n & + & m & + & p & = & 22 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 5 & & 4 & & 7 & & 5 & & 1 & & \end{array}$$

Rpta.: C**Resolución 98:**

Del texto:

$$\overline{a321a2}_7 = \frac{0}{14}_7 = \frac{0}{11}$$

$$a \times 7^5 + 3 \times 7^4 + 2 \times 7^3 + 1 \times 7^2 + a \times 7 + 2 = \frac{0}{11}$$

Observe:

$$7^0 = \frac{0}{11} + 1$$

$$7^1 = \frac{0}{11} + 7$$

$$7^2 = \frac{0}{11} + 5$$

$$7^3 = \frac{0}{11} + 2$$

$$7^4 = \frac{0}{11} + 3$$

$$7^5 = \frac{0}{11} + 10$$

$$\rightarrow a(\frac{0}{11} + 10) + 3(\frac{0}{11} + 3) + 2(\frac{0}{11} + 2) + 1(\frac{0}{11} + 5) + a(\frac{0}{11} + 7) + 2 = \frac{0}{11}$$

$$\begin{array}{l} 6a + 20 = \frac{0}{11} \rightarrow 6a + 9 = \frac{0}{11} \\ \rightarrow 2a + 3 = \frac{0}{11} \end{array} \quad \begin{array}{l} \nearrow + 3 \\ \nwarrow \end{array}$$

$$\therefore a = 4$$

Rpta.: D

Resolución 99:

Se tiene:

- $\overline{abc}_{(2)} + \overline{def}_{(2)} = \overline{7} + 5$
 $4a + 2b + c + 4d + 2e + f = \overline{7} + 5$
- $\overline{abcdef}_{(9)} = \overline{7} + r$

Observe:

$$\begin{aligned} 9^0 &= \overline{7} + 1 & 9^3 &= \overline{7} + 1 \\ 9^1 &= \overline{7} + 2 & 9^4 &= \overline{7} + 2 \dots \\ 9^2 &= \overline{7} + 4 & 9^5 &= \overline{7} + 4 \end{aligned}$$

Luego:

$$\begin{aligned} a(\overline{7} + 4) + b(\overline{7} + 2) + c(\overline{7} + 1) + d(\overline{7} + 4) + e(\overline{7} + 2) + f \\ = \overline{7} + r \\ \rightarrow \underbrace{4a + 2b + c + 4d + 2e + f}_{\overline{7} + 5 = \overline{7} + r} = \overline{7} + r \\ \therefore r = 5 \end{aligned}$$

Rpta.: D**Resolución 100:**

Se tiene:

$$\bullet \overline{abcbb(a+b)} = \frac{a}{275} = \begin{matrix} \nearrow \frac{a}{25} \\ \searrow \frac{a}{11} \end{matrix}$$

$$\overline{abcbb(a+b)} = \frac{a}{25} \rightarrow \overline{b(a+b)} = \frac{a}{25}$$

Sólo:

$$\overline{b(a+b)} = 25 \rightarrow b = 2$$

$$a = 3$$

$$\overline{32c225} = \frac{a}{11} \rightarrow 4 - c = \frac{a}{11}$$

$$\rightarrow c = 4$$

$$\bullet \overline{22232425 \dots xx} = \overline{9} + m$$

324 cifras

Observación:

$$\overline{22232425 \dots 99}$$

$$\text{Total cifras} = (99 - 21) \cdot 2 = 78 \times 2 = 156$$

$$\overbrace{100 \ 101 \ 102 \ \dots \ 155}^{155} \rightarrow x = 5$$

$$\text{Total cifras} = 324 - 156 = 168 = 56 \times 3$$

$$\rightarrow \underbrace{22232425 \ \dots \ 155}_{324 \text{ cifras}} = 9 + m$$

Aplicando el criterio por 9:

$$9 + \underbrace{22 + 23 + 24 + 25 + \dots + 155}_{78 + 56 = 134 \text{ sumandos}} = 9 + m$$

$$9 + \left(\frac{22 + 155}{2} \right) 134 = 9 + m$$

$$(177)(67) = 9 + m = (9 + 6)(9 + 4)$$

$$\rightarrow 9 + m = 9 + 24 = 9 + 6 \rightarrow m = 6$$

$$\therefore a + b + c + x + m = 20$$

Rpta.: C



PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Del 1 al 360, ¿cuántos números son múltiplos de 11?

A) 32 B) 31 C) 30
D) 29 E) 28

2. Del 1 al 3600, determine cuántos números son 40.

A) 90 B) 60 C) 80
D) 120 E) 100

3. ¿Cuántos números comprendidos entre 585 y 1314 son múltiplos de 9?

A) 81 B) 80 C) 83
D) 82 E) 79

4. ¿Cuántos números de tres cifras, que terminan en 4, son múltiplos de 8?

A) 23 B) 24 C) 16
D) 18 E) 27

5. Todo numeral de la forma $\overline{xyxy}$ siempre es divisible entre:

A) 3; 7 y 11 B) 7; 13 y 19
C) 2; 7 y 11
D) 7; 13 y 37 E) 7; 11 y 31

6. El numeral que resulta de:

$$(\overline{aaa}^2 - \overline{bbb}^2)$$

no siempre es divisible por:

A) 3 B) 9
C) 37
D) 111 E) 11

7. Dado:

35; 39; 43; 47; 51; ...; 247

¿Cuántos términos son $\overline{11}+3$?

A) 10 B) 8 C) 5
D) 12 E) 1

8. Calcule el residuo respecto a 5 de S, si:

$$S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \dots + 602.603$$

A) 2 B) 8 C) 3
D) 1 E) 4

9. Calcule la suma de los 20 primeros múltiplos de 5 que sean enteros positivos.

A) 2100 B) 1050 C) 1080
D) 1240 E) 1060

10. Simplifique:

$$E = (\overset{0}{6} + 2) + (\overset{0}{6} + 4) + (\overset{0}{6} + 6) + \dots + (\overset{0}{6} + 40)$$

A) $\overset{0}{6} + 4$ B) $\overset{0}{6} + 3$ C) $\overset{0}{6} + 2$

D) $\overset{0}{6} + 1$ E) $\overset{0}{6}$

11. En una división el divisor es $(\overset{0}{11} + 3)$, el cociente $(\overset{0}{11} + 8)$ y el resto $(\overset{0}{11} - 2)$. ¿De qué forma es el dividendo?

A) $\overset{0}{11} + 3$ B) $\overset{0}{11} + 1$ C) $\overset{0}{11} + 9$

D) $\overset{0}{11}$ E) $\overset{0}{11} + 4$

12. En un barco habían 180 personas ocurre un naufragio y de los sobrevivientes se conoce que: $\frac{2}{5}$ fuman, $\frac{3}{7}$ son casados y $\frac{2}{3}$ son ingenieros. Determine cuántas personas murieron en dicho accidente
- A) 60 B) 65 C) 70
D) 75 E) 80
13. Sea A un número menor que 1000 y divisible por 7. Si dicho número disminuido en una unidad, es divisible por 2; 3; 4; 5 y 6; calcule la suma de las cifras de la diferencia entre el mayor y el menor valor de A.
- A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12
14. Sofia va de compras al mercado, adquiriendo papayas a S/. 6 el kilogramo y fresas a S/. 8 el kilogramo. Si el gastó en total S/. 68 siendo el número de kilogramos de fresa lo mayor posible, ¿cuál es este valor?
- A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12
15. Sabiendo que: $\overline{ab062a} = \frac{9}{72}$, calcule $a \times b$.
- A) 8 B) 15 C) 16
D) 9 E) 6
16. Calcule $(b-a)$, si el numeral $\overline{4a4bab}$ es divisible entre 63.
- A) 3 B) 4 C) 5
D) 2 E) 1
17. Si se cumple que: $\overline{ab3ba2} = m33 + 15$, determine la suma de todos los valores posibles de $\overline{ab}$.
- A) 100 B) 115 C) 125
D) 140 E) 90
18. Si: $\overline{abccde} = \frac{9}{9}$ y $\overline{ab(9-c)(9-c)de} = \frac{99}{99}$ además: $\overline{ab-de} = 51$. Calcule: $a \times b \times d - e$
- A) 55 B) 66 C) 77
D) 88 E) 99
19. Determine el valor de "p", sabiendo que el numeral $\overline{ppppp...pppp}$, de 40 cifras, al dividirse entre 9 deja de residuo 2.
- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6
20. Calcular: $a \times b$, si $\frac{a}{95b} = 88$
- A) 10 B) 16 C) 12
D) 14 E) 18
21. El número $N = 342342342 \dots$ (26 cifras) ¿qué residuo deja al dividirlo entre 7?
- A) 1 B) 3 C) 4
D) 6 E) 5
22. De los 3000 primeros enteros positivos, determine:
¿Cuántos son múltiplos de 15?
¿Cuántos son múltiplos de 19?
Dé la suma de ambos resultados.
- A) 473 B) 472 C) 471
D) 524 E) 357

23. De los números de tres cifras:

I. ¿Cuántos son múltiplos de 3 y 5 a la vez?
 II. ¿Cuántos son múltiplos de 2 y 3 pero no de 5?

A) 80 y 120 B) 60 y 120
 C) 60 y 100
 D) 40 y 80 E) 60 y 150

24. ¿Cuántos números de 3 cifras son divisibles por 14?

A) 61 B) 62 C) 63
 D) 64 E) 65

25. La cantidad de números de cuatro cifras que terminan en 17 y son
- $\overline{11}$
- es:

A) 8 B) 12 C) 20
 D) 14 E) 11

26. Si:
- $\overline{513x_8} + \overline{12x5_8} = \overline{8}$
-
- Halle el valor de "x".

A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) 5

27. Con tres cifras significativas se forman todos los números posibles de tres cifras distintas.
-
- Entonces la suma de todos estos números es múltiplo de:

A) 17 B) 29 C) 37
 D) 47 E) 59

28. Un numeral de la forma
- $\overline{ababab}$
- siempre es divisible por:

A) 29 B) 41 C) 31
 D) 17 E) 39

29. La expresión

$(\overline{11}+3)^3(\overline{11}+2)^4(\overline{11}+6)^2$ es igual a un:

A) $\overline{11}+4$ B) $\overline{11}+8$ C) $\overline{11}+9$
 D) $\overline{11}-4$ E) $\overline{11}+2$

30. Halle el mayor valor que puede adoptar (a+b), si:

$\overline{ab} + 3 \cdot \overline{ab} + 5 \cdot \overline{ab} + 7 \cdot \overline{ab} + \dots + 21 + \overline{ab} = \overline{143}$

A) 15 B) 16 C) 10
 D) 11 E) 12

31. Hallar el residuo de dividir "E" entre

13. Si: $E = 200 + 26^{2050} - 91 \cdot 201 + 1299 \cdot 1301$

A) 8 B) 9 C) 10
 D) 11 E) 12

32. Calcule el valor de "a", si:
- $\overline{2a6bc}$
- es divisible por 9 y 125.

A) 2 B) 3 C) 4
 D) 7 E) 6

33. Si el numeral
- $\overline{abcd}$
- es divisible por 17 y
- $\overline{cd} + 6 = 3 \times ab$
- , calcule el valor de:
- $a+b+c+d$
- .

A) 10 B) 11 C) 12
 D) 13 E) 14

34. Se conoce:
- $\overline{6a03} = \overline{17}$
- , halle el valor de "a".

A) 2 B) 4 C) 5
 D) 8 E) 357

35. Halle "a" para que $\overline{5a6a4}$ sea divisible por 23:

A) 1 B) 5 C) 8
D) 3 E) 2

36. En la siguiente progresión aritmética: 13; 21; 29; 37; ...; 4805. ¿Cuántos términos son: $\frac{9}{5} + 5$?

A) 44 B) 55 C) 60
D) 66 E) 77

37. ¿Cuántos términos de:

5; 9; 13; 17; ...; 1041 son $(\frac{9}{5} + 2)$?

A) 26 B) 52 C) 48
D) 62 E) 36

38. ¿Cuántos términos de la siguiente sucesión son divisible por 30: $(8 \times 24), (9 \times 24), (10 \times 24), \dots, (130 \times 24)$

A) 23 B) 24 C) 26
D) 25 E) 28

39. Halle el residuo luego de dividir $(2603)^{2666}$ por 13.

A) 4 B) 9 C) 6
D) 3 E) 1

40. Halle el residuo por exceso al dividir $(34\,568\,788)^{23}$ por 9.

A) 4 B) 2 C) 3
D) 5 E) 7

41. ¿Cuántos valores puede tomar $\overline{ab}$ sabiendo que:

$$\overline{ab}^{\overline{ab}} = 4 + 1$$

A) 12 B) 17 C) 22
D) 18 E) 23

42. A un congreso internacional de medicina asistieron 225 médicos entre europeos y americanos, se observó que entre los americanos los $\frac{3}{8}$ era cardiólogos, los $\frac{5}{12}$ mujeres y los $\frac{2}{15}$ eran peruanos. ¿Cuántos europeos asistieron a dicho congreso?

A) 95 B) 125 C) 115
D) 90 E) 105

43. El número de alumnos en una biblioteca es menor que 240 pero mayor que 100, se observa además que los $\frac{2}{7}$ del total usan anteojos y los $\frac{5}{13}$ son alumnos de la UNALM. ¿Cuántos alumnos hay en la biblioteca?

A) 100 B) 112 C) 152
D) 160 E) 182

44. Cesar dice: no soy tan jovencito porque paso los 60 años, pero todavía soy vigoroso así que no me pueden llamar noventón; además si a mi edad le quito 1 es múltiplo de 2, cuando se le quita 6 es múltiplo de 7 y cuando se le agrega 1 este es múltiplo de 10. ¿Cuál es la edad del abuelito?

A) 67 B) 68 C) 69
D) 70 E) 71

45. El número de vacantes de cierta universidad está comprendida entre 3500 y 3700. Halle el número de vacantes sabiendo que si se cuenta de 8 en 8, de 6 en 6 y de 5 en 5, siempre sobran 2.

A) 3609 B) 3501 C) 3602
D) 360 E) 3700

46. Una niña que colecciona llaveros los ordena de 13 en 13 y le sobran 4; de 9 en 9 y le sobran 3. La cantidad de llaveros está comprendida entre 100 y 150. Al final la niña logró formar grupos iguales sin que le sobre ninguno. ¿Cuántos grupos formó, si dicha cantidad está entre 10 y 30?

A) 14 B) 7 C) 21
D) 28 E) 16

47. Determinar un numeral de 4 cifras diferentes divisible por 7 tal que si se le suma 1 se convierte en múltiplo de 8 y si se le suma 1 más se convierte en múltiplos de 9 y si se le suma 1 más se convierte en múltiplo de 10. Dé como respuestas su cifra de decenas.

A) 4 B) 5 C) 7
D) 0 E) 8

48. Por S/. 24,10 se ha comprado cuadernos a S/. 3,80 cada uno y lapiceros a S/. 1,70 cada uno. ¿Cuántos objetos han comprado?

A) 14 B) 16 C) 8
D) 9 E) 10

49. Si el 1 de febrero del año 2000 fue Martes, ¿qué día de la semana será el 1 de febrero del año 2300?

A) martes B) Miércoles
C) jueves E) Viernes
D) lunes

50. Halle el valor de "x", si al dividir $\overline{x12x71x}$ entre 11 el residuo que se obtiene es 4.

A) 1 B) 2 C) 4
D) 6 E) 8

51. Si $\overline{mn} + \overline{nm} + \overline{pp} = \overset{0}{13}$ y letras diferentes representa dígitos diferentes, halle el residuo que se obtiene luego de dividir el CA (mnp) por 9.

A) 0 B) 5 C) 7
D) 4 E) 6

52. Si $\overline{mppm} = \overset{0}{35}$, halle el residuo luego de dividir el menor número $\overline{mpm}$ por 42.

A) 2 B) 1 C) 3
D) 4 E) 5

53. Si $\overline{w3zy2x1} = \overset{0}{37}$ y $\overline{xy} - \overline{zw} = 55$, halle $(x+y+z+w)$

A) 15 B) 16 C) 17
D) 19 E) 13

54. Si $\overline{ab}^a = +\overset{0}{2}$; $\overline{ab}^b = 5 - \overset{0}{2}$; $\overline{ab}^{\overline{ab}} = \overset{0}{5} + m$ y $\overline{abnabm} = \overset{0}{7}$, hallar el mayor valor de $(m+n)$.

A) 8 B) 12 C) 5
D) 11 E) 13

55. Determine el valor de $(a + b + c)$, si

$$\overline{2a6bc} = 1125.$$

- A) 17 B) 18 C) 10
D) 20 E) 16

56. Si el siguiente numeral $\overline{2xy53x}$ es divisible por 72. Determine la diferencia entre las cifras "x" e "y".

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

57. Si: $14! = \overline{871a8291200}$

Determine el valor de "a" por divisibilidad.

- A) 9 B) 1 C) 2
D) 6 E) 7

58. Halle el menor numeral de la forma $\overline{7a361b}$ para que sea divisible entre 55. Dé la suma de sus cifras.

- A) 22 B) 23 C) 24
D) 25 E) 26

59. Se tiene un numeral capicúa de cuatro cifras en base 5, siendo la suma de cifras de orden uno y orden dos igual a 7. Calcule el residuo que se obtiene al dividir dicho número entre 24..

- A) 9 B) 6 C) 18
D) 10 E) 20

60. Si el numeral $\overline{a53b726c}$ es divisible entre 8 y al ser dividido entre 11 el residuo es 10 y al ser dividido entre 9 el residuo es 3, halle $(a + b + c)$.

- A) 11 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

61. Si $\overline{p9r0p} = \overline{99}$, halle la suma de todos los numerales de la forma $\overline{pr}$.

- A) 118 B) 124 C) 108
D) 116 E) 125

62. Dado el número $\overline{1a1a111a1111a} \dots$ de 90 cifras. Determine el valor del dígito "a", de modo que dicho número sea divisible por 9.

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 2 E) 9

63. Si se cumple que:

$$\underbrace{333\dots3254}_{3354 \text{ cifras}}_{(6)} = \overline{mn\dots abc_3}$$

Halle: $a + b + c$

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

64. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I. Si d divide a $(x + y)$ entonces d divide a "x" ó divide a "y".

II. Si $a|b$ y $b|a$, entonces $a = b$.

III. Si $d|a^2$ entonces $d|a$

- A) I B) II C) III
D) II y III E) ninguna

65. ¿Cuántos números naturales del sistema nonario son $\overset{0}{4}$ ó $\overset{0}{6}$?

A) 204 B) 258 C) 216
D) 206 E) 102

66. ¿Cuántos números naturales menores que 10000 son múltiplos de 7 y tienen a 26 por dos últimas cifras?

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

67. ¿Cuántos números de 3 cifras son múltiplos de 2 y 3 pero no de 5 ó son múltiplos de 2 y 5 pero no de 3?

A) 120 B) 150 C) 160
D) 180 E) 200

68. Determine la suma de cifras del menor número de 4 cifras que al ser expresado en las bases 5; 6; 7 y 8 presentan como últimas cifras 2; 1; 2 y 5 respectivamente.

A) 18 B) 19 C) 23
D) 24 E) 16

69. Un número que es $\overset{0}{(19+16)}$, otro es $\overset{0}{(19+5)}$, si el primero se divide entre el segundo la división es exacta. ¿Cuál puede ser el mínimo valor positivo del cociente?

A) 0 B) 7 C) 14
D) 26 E) 45

70. Si $\overline{mn} = \overset{0}{7} + 4$ y $\overline{pq} = \overset{0}{7} + 3$, halle el residuo que se obtiene al dividir $\overline{mnpq}$ entre 7.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

71. Si el residuo por exceso al dividir $E = \overline{2cd3}_8 \times \overline{ab222}_4 + \overline{mp101}_2 - \overline{ab21}_4$ entre 8 es n, ¿cuántos números de la forma $\overline{xyzw}_n$ son $\overset{0}{6}$ pero no $\overset{0}{4}$?

A) 84 B) 86 C) 23
D) 42 E) 90

72. Si $A = \overline{mcd\bar{u}} = \overset{0}{13}$, además $\overline{du} = 3(\overline{mc} + 2)$, ¿cuántos valores puede adoptar A?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

73. ¿Qué lugar ocupa el undécimo múltiplo de 9 en la siguiente secuencia de números 7; 18; 29; 40; 51; ...?

A) 80 B) 83 C) 88
D) 92 E) 95

74. Si $n \in \mathbb{N}$ entonces, la expresión:

$n^5 - 5n^3 + 4n$, siempre es divisible entre P. Halle P si es máximo.

A) 36 B) 60 C) 120
D) 48 E) 240

75. Si $M = 5^{3n+2} \times 9^{13} + 2 \times 7^{n+3} + 5 \times 3^{2n+1}$, donde $n \in \mathbb{Z}^+$, calcule el residuo que se obtiene al dividir M entre 12.

A) 8 B) 6 C) 5
D) 4 E) 2

76. Si $7^N = 5 + 3$, ¿qué residuo se obtiene al dividir N^7 entre 4?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 7

77. En $3 \times 56; 4 \times 56; 5 \times 56; \dots; 2000 \times 56$; ¿cuántos de sus términos no son 9?

A) 1648 B) 1724 C) 1772
D) 1776 E) 1821

78. Halle el residuo que se obtiene al dividir 14^{100} entre 9.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 25 E) 7

79. Halle el residuo que se obtiene al dividir $N = 113^{96} + 97^{112} - 1$ entre 10961.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

80. ¿Cuál es el residuo de dividir el mayor número de 155 cifras del sistema binario entre 31^2 ?

A) 0 B) 1 C) 5
D) 7 E) 11

81. Si $7^{\overline{abc}} = 5 + 2$, ¿cuántos $\overline{abc}$ impares existen?

A) 225 B) 449 C) 450
D) 451 E) 452

82. Halle el residuo de dividir $\overline{1abba9xy^2}$ entre 11.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 8 E) 9

83. Al dividir $718^{\overline{aaa}}$ entre 11, se obtiene como residuo por exceso 7, además $\overline{aaa} = 5 + 2$. Calcule el mayor valor de n .

A) 2 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

84. En una reunión de dos países asistieron 700 personas, se observa que del primer país los $\frac{2}{5}$ son médicos, los $\frac{2}{7}$ abogados y la onceava parte ingenieros. Averiguar el número de asistentes del segundo país.

A) 305 B) 315 C) 405
D) 415 E) 425

85. Un comerciante de cuadernos, al contar la cantidad de cuadernos que tiene de 8 en 8, de 15 en 15, y de 18 en 18, nota que le sobran 3; 7 y 13 cuadernos, respectivamente. ¿Cuántos cuadernos, como máximo, tiene si al vender todos sus cuadernos a S/.5 cada uno espera recaudar menos de S/.7000? Dé como respuesta la suma de cifras.

A) 9 B) 13 C) 14
D) 8 E) 12

86. Dada la ecuación $7x + 11y = 3450$; con $x, y \in \mathbb{Z}$, halle la menor diferencia de x y y siendo ésta positiva.

A) 6 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

87. ¿Qué día de la semana será el 2 de diciembre del año 2020?

A) Lunes B) Martes
C) Miércoles
D) Jueves E) Domingo

88. Se suman los cuadrados de n números consecutivos y resulta ser un múltiplo de n . ¿Cuál es el mayor valor de n , sabiendo que tiene 2 cifras?

A) 95 B) 96 C) 97
D) 98 E) 99

89. Si $\overline{abcdef}_6 = \frac{9}{7}$

Entonces se cumple:

A) $a + b + c + d + e + f = \frac{9}{7}$
B) $(f + 3e + 2d) - (c + 3b + 2a) = \frac{9}{7}$
C) $(b + d + f) - (a + c + e) = \frac{9}{7}$
D) $(f - 3c - 4d) - (c - 3b - 4a) = \frac{9}{7}$
E) $(a + b + c) - (d + e + f) = \frac{9}{7}$

90. Sabiendo que $N = \overline{abc} = 88 \times (a + c - b)$, determine el resto que se obtiene al dividir N entre a

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

91. Halle la suma de los números de cuatro cifras de la forma $\overline{abab}$ que sean múltiplos de 7, sabiendo que a y b son dígitos menores que 5.

A) 2121 B) 2535 C) 4242
D) 5656 E) 7777

92. Halle el residuo que se obtiene al dividir entre 9, el mayor número de 301 cifras de la base 13.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

93. Si $\overline{aabb} = \frac{9}{36} + 2$ y

$\overline{aaa...a} \overline{bbb...bb} = \frac{9}{7} + 6$, halle $a \times b$.
15 cifras 15 cifras

A) 24 B) 20 C) 30
D) 18 E) 16

94. Si $\overline{aba(a-b)(b-1)} = \frac{9}{28}$, determine $(a+b)$

A) 10 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

95. Si $CA(N) = \frac{9}{9+3}$ y $N = 77...7 \overline{a(2a)(a-1)}$
Halle "a".

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) imposible

96. Si: $\overline{aba} = \frac{9}{45}$; $\overline{bcaa} = \frac{9}{7}$ y $\overline{dac} = \frac{9}{22}$, halle $a - b + c - d$.

A) 3 B) 2 C) -5
D) 4 E) -3

97. Si: $\underbrace{321+324+327+\dots}_{n \text{ sumandos}} = \frac{0}{23} - 1$

determine el mínimo valor de n.

- A) 21 B) 14 C) 16
D) 18 E) 20

98. Si $16! = 20n2278n888000$, calcule el valor de n.

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

99. Si al dividir el número $\overline{4a0567b}_{(9)}$ entre 10 es exacto, y al dividirlo entre 8 el residuo es 6. Calcule el mayor valor de a.(b+30)

- A) 15 B) 20 C) 24
D) 32 E) 48

100. Si $\overline{abab}_8 = \overline{xy0y}_7$, halle (a+b+x+y)

- A) 19 B) 20 C) 21
D) 22 E) 23

**CLAVES**

1	A
2	A
3	B
4	A
5	D
6	E
7	C
8	C
9	B
10	E
11	D
12	D
13	B
14	D
15	A
16	A
17	B
18	B
19	D
20	C
21	D
22	E
23	B
24	D
25	A

26	C
27	C
28	E
29	C
30	A
31	E
32	B
33	E
34	E
35	C
36	D
37	B
38	D
39	B
40	B
41	C
42	E
43	E
44	C
45	C
46	B
47	A
48	C
49	D
50	E

51	E
52	B
53	D
54	D
55	C
56	A
57	E
58	A
59	C
60	C
61	D
62	B
63	D
64	D
65	C
66	D
67	D
68	E
69	B
70	D
71	E
72	A
73	D
74	C
75	E

76	C
77	D
78	B
79	A
80	A
81	A
82	E
83	B
84	B
85	B
86	E
87	C
88	E
89	C
90	B
91	E
92	D
93	E
94	A
95	B
96	E
97	A
98	E
99	C
100	C

**EXÁMENES DE
ADMISIÓN
UNIV. - UNMSM**

PROBLEMA 01: Obtenga la suma de los n primeros números naturales que tengan todas sus cifras iguales a 7, más la suma de los n primeros números naturales que tengan todas sus cifras iguales a 1.

A) $\frac{8}{9}(10^{n+1} - 9n - 10)$

B) $\frac{8}{81}(10^{n+1} - 9n - 9)$

C) $\frac{8}{81}(10^{n+1} - 10^n - 9)$

D) $\frac{8}{81}(10^{n+1} - 9n - 10)$

E) $\frac{8}{81}(10^{n+1} - 9n)$

Resolución:

Del enunciado:

$$\begin{aligned} S &= 7 + 77 + 777 + \dots + \underbrace{777\dots 7}_n + 1 + 11 + 111 + \dots \\ &\quad + \underbrace{111\dots 1}_n \\ &= 8 + 88 + 888 + \dots + \underbrace{888\dots 8}_n \\ &= 8(1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111\dots 1}_n) \end{aligned}$$

Multiplicamos por 9 y dividimos por 9:

$$\begin{aligned} S &= \frac{8}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + 999\dots 9) \\ &= \frac{8}{9}[(10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + (10^n - 1)] \\ &= \frac{8}{9}[10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n - n] \\ &= \frac{8}{9}[(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n) - n - 1] \\ &= \frac{8}{9}\left[\frac{10^{n+1} - 1}{10 - 1} - n - 1\right] \\ &= \frac{8}{9}\left(\frac{10^{n+1} - 9n - 10}{9}\right) \\ &= \frac{8}{81}(10^{n+1} - 9n - 10) \end{aligned}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 02: Para las fiestas de aniversario de un pueblo, la Municipalidad promueve un juego entre los pobladores, el cual consiste en que los pobladores hagan llegar sus pronósticos de las posiciones finales de un campeonato en el que participan 5 equipos. Se otorgará premios a los pobladores que acierten con los equipos en al menos 2 de las 3 posiciones ganadoras. Determine la probabilidad de ganar premio.

A) 0,02

B) 0,05

C) 0,10

D) 0,11

E) 0,16

Resolución:

Son los pronósticos de los pobladores para los equipos :

A	B	C
1ro	2ro	3ro

Son 5 equipos en total:

Debemos calcular la probabilidad P de que al menos 2 pronósticos sean correctos :

Se tiene los siguientes casos:

I) B y C correcto, A incorrecto:

$$\begin{aligned}
 P_{(BC\bar{A})} &= P_{(B)} P_{(C)} P_{(\bar{A})} \\
 &= \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \\
 &= \frac{2}{60} \qquad \dots(1)
 \end{aligned}$$

II) A y C correcto, B incorrecto:

$$\begin{aligned}
 P_{(AC\bar{B})} &= P_{(A)} P_{(C)} P_{(\bar{B})} \\
 &= \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \\
 &= \frac{2}{60} \qquad \dots(2)
 \end{aligned}$$

III) A y B correcto, C incorrecto:

$$\begin{aligned}
 P_{(ABC)} &= P_{(A)} P_{(B)} P_{(C)} \\
 &= \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{60} \quad \dots(3)$$

IV) A, B, C correcto:

$$\begin{aligned} P_{(ABC)} &= P_{(A)}P_{(B)}P_{(C)} \\ &= \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{60} \quad \dots(4) \end{aligned}$$

Luego, la probabilidad total de que por lo menos 2 pronósticos sean acertados, de (1), (2), (3) y (4).

$$\begin{aligned} P &= P_{(\overline{A}BC)} + P_{(A\overline{B}C)} + P_{(AB\overline{C})} + P_{(ABC)} \\ &= \frac{2}{60} + \frac{2}{60} + \frac{2}{60} + \frac{1}{60} \\ &= \frac{7}{60} \\ &= 0,116 \end{aligned}$$

Rpta.: ?

PROBLEMA 03: Halle el valor de $a+b+c+d$ si al extraer la raíz cuadrada de $\overline{14abcd64}$ se obtiene $\overline{abcd}$.

A) 17

B) 18

C) 19

D) 20

E) 21

Resolución:

Del enunciado:

$$\begin{aligned} \overline{14abcd64} &= (\overline{abcd})^2 \\ 14000064 + abcd00 &= (\overline{abcd})^2 \\ 14000064 &= \overline{abcd}(\overline{abcd} - 100) \\ 14000064 &= \overline{abcd} \times a(b-1)cd \end{aligned}$$

Operando con la expresión:

$$\begin{aligned} \overline{abcd} \times a(b-1)cd &= 2^6 \times 3 \times 13 \times 71 \times 79 \\ &= 2^4 \times 2^2 \times 3 \times 13 \times 71 \times 79 \end{aligned}$$

$$= (16 \times 3 \times 79) \times (4 \times 13 \times 71)$$

$$= 3792 \times 3692$$

$$\Rightarrow a = 3; b = 7; c = 9; d = 2$$

La suma de estos números:

$$a + b + c + d = 3 + 7 + 9 + 2$$

$$= 21$$

Rpta.: E

PROBLEMA 04: Una tienda vende un producto haciendo descuentos primero uno de 15% y luego otro de 15%. Una segunda tienda, que tiene el mismo producto y al mismo precio de lista, realiza un descuento del 30%, ¿cuánto de descuento (en %) o de incremento (en %) debe efectuar la segunda tienda para que en ambas tiendas el producto tenga el mismo precio final?

La respuesta aproximada es :

- A) descuenta 3,2% B) incrementa 3,2% C) descuenta 6,4%
D) incrementa 6,4% E) incrementa 5,2%

Resolución:

Se tiene el "producto" cuyo precio de lista es "P"

1ra. Tienda:

Hace dos descuentos sucesivos de 15% y 15%, quedando al precio:

$$\begin{aligned} P_1 &= P(100 - 15)\%(100 - 15)\% \\ &= P\left(\frac{85}{100}\right)\left(\frac{85}{100}\right) \\ &= 0,7225P \quad \dots(1) \end{aligned}$$

2da. Tienda:

Hace un primer descuento del 30% quedando al precio :

$$\begin{aligned} P_2 &= P(100 - 30)\% \\ &= P\left(\frac{70}{100}\right) \end{aligned}$$

$$= 0,7P$$

$$\dots(2)$$

Comparando los precios P_1 y P_2 de las dos tiendas, se puede observar que $P_1 > P_2$, por lo tanto, debemos incrementar el precio P_2 para obtener el precio de P_3 que sea igual a P_1 , y de esta manera se cumpla con la condición del problema:

Sea $x\%$ el porcentaje a incrementar, entonces

$$P_1 = P_2$$

$$0,7225P = (0,7P) \left(\frac{100+x}{100} \right)$$

$$\Rightarrow x = 3,2 \quad ; \quad (\%)$$

Rpta.: B

PROBLEMA 05:

Un automóvil usa gasolina de b octanos en la ciudad A y de c octanos en la ciudad B. Al llegar a la ciudad B, tras un largo viaje desde la ciudad A, el conductor paró en un grifo para llenar su tanque de combustible, encontrando gasolina de a y d octanos ($a < b < c < d$). Entonces el número de galones de octanaje a y octanaje b , respectivamente, necesarios para completar su tanque, sabiendo que la capacidad de éste es G galones y aún le quedan g galones en el tanque ($g < G$), es:

A) $\frac{(d+c)G - (d+b)g}{d-a}; \frac{(c+a)G - (b+a)g}{d-a}$

B) $\frac{(d-c)G - (d-b)g}{d-a}; \frac{(c-a)G + (b-a)g}{d-a}$

C) $\frac{(d+c)G - (d+b)g}{d-a}; \frac{(c-a)G - (b-a)g}{d-a}$

D) $\frac{(d-c)G - (d-b)g}{d-a}; \frac{(c+a)G - (b+a)g}{d-a}$

E) $\frac{(d-c)G - (d-b)g}{d-a}; \frac{(c-a)G - (b-a)g}{d-a}$

Resolución:

Como el automóvil viaja desde la ciudad A, los 8 galones de gasolina que le quedan son de b octavos.

Al llegar al grifo de la ciudad B llena el tanque así :

Galones	Octanaje
g	b
x	a
y	d

Como la capacidad del tanque del automóvil es G galones , entonces :

$$g + x + y = G \quad \dots(1)$$

$$\Rightarrow x = G - g - y \quad \dots(2)$$

$$y = G - g - x \quad \dots(3)$$

Pero el grifo está en la ciudad B y el automóvil en esta ciudad usa gasolina de octanaje c , es decir:

$$\frac{gb + xa + yd}{g + x + y} = c$$

$$gb + xa + yd = c(g + x + y)$$

De (1):

$$gb + xa + yd = cG \quad \dots(4)$$

De (3):

$$gb + xa + (G - g - x)d = cG$$

$$g(b - d) + x(a - d) = G(c - d)$$

$$\Rightarrow x = \frac{(c - d)G - (b - d)g}{a - d}$$

Ahora, si en la expresión (4) reemplazamos (2):

$$gb + (G - g - y)a + yd = cG$$

$$\Rightarrow y = \frac{(c - a)G - (b - a)g}{d - a}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 06: DE un conjunto de 10 números, se calcularon el valor de la media y la mediana. Luego de analizar las siguientes proposiciones, indique la secuencia correcta.

a) Si hubo un error en el cálculo de la media y se obtuvo $\bar{x}_e$ entonces, ¿qué

ocurrió 10 con el valor de $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x}_e)^2$ respecto de $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2$

b) Si el dato menor se disminuye, sucede con la media y la mediana ?

Considere: D=disminuye, P=permanece constante y A=aumenta.

A) A ; PA

B) A ; DP

C) A ; AP

D) D; DP

E) D ; AA

Resolución:

a) Si $\bar{x}$ es la media, y $\bar{x}_e$ la media con error, luego cuando se calcula para los 10 números en la expresión:

Con error:

$$S_e = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x}_e)^2$$

Sin error:

$$S = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2$$

Luego si ejecutamos la resta:

$$\begin{aligned} S_e - S &= \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x}_e)^2 - \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \sum_{i=1}^{10} [(x_i - \bar{x}_e)^2 - (x_i - \bar{x})^2] \\ &= \sum_{i=1}^{10} [x_i^2 - 2x_i\bar{x}_e + \bar{x}_e^2 - x_i^2 + 2x_i\bar{x} - \bar{x}^2] \\ &= \sum_{i=1}^{10} [2x_i\bar{x} + \bar{x}_e^2 - 2x_i\bar{x}_e - \bar{x}^2 + (\bar{x}\bar{x}_e - \bar{x}\bar{x}_e)] \\ &= \sum_{i=1}^{10} [2x_i(\bar{x} - \bar{x}_e) - \bar{x}_e(\bar{x} - \bar{x}_e) - \bar{x}(\bar{x} - \bar{x}_e)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^{10} [(\bar{x} - \bar{x}_e)(2x_i - \bar{x}_e - \bar{x})] \\
&= (\bar{x} - \bar{x}_e) \sum_{i=1}^{10} (2x_i - \bar{x}_e - \bar{x}) \\
&= (\bar{x} - \bar{x}_e) \left[(2) \sum_{i=1}^{10} x_i - 10\bar{x}_e - 10\bar{x} \right] \\
&= (\bar{x} - \bar{x}_e) [(2)10\bar{x} - 10\bar{x}_e - 10\bar{x}] \\
&= (\bar{x} - \bar{x}_e) [10\bar{x} - 10\bar{x}_e] \\
&= 10(\bar{x} - \bar{x}_e)(\bar{x} - \bar{x}_e) \\
&= 10(\bar{x} - \bar{x}_e)^2
\end{aligned}$$

Observe que esta última expresión siempre será positiva, lo cual nos indica que la diferencia $S_e - S$, es positiva, entonces se ha aumentado con respecto a S .

b) Si el dato menor disminuye, la media disminuye (D); pero la mediana permanece (P) en su misma posición y con el mismo valor.

Rpta.: B

PROBLEMA 07: Si se cumple que $0, a\bar{b} + 0, b\bar{a} = 1, \bar{4}$ obtenga el valor de $a + b$.

A) 2

B) 5

C) 7

D) 9

E) 13

Resolución:

Del enunciado:

$$0, a\bar{b} + 0, b\bar{a} = 1, \bar{4}$$

Multiplicando por 10:

$$a, \bar{b} + b, \bar{a} = 14, \bar{4}$$

$$a + 0, \bar{b} + b + 0, \bar{a} = 14 + 0, \bar{4}$$

$$a + \frac{b}{9} + b + \frac{a}{9} = 14 + \frac{4}{9}$$

$$\frac{10}{9}(a+b) = \frac{130}{9}$$

$$\Rightarrow a+b=13$$

Rpta.: E

PROBLEMA 08:

Dos pagares por igual valor nominal que se vencen dentro de 30 y 60 días, respectivamente, son descontados comercialmente hoy al $a\%$ anual. Entonces el valor nominal de cada uno de ellos, si se recibe un total de S nuevos soles, es:

A) $\frac{400a S}{800 - a}$

B) $\frac{800a S}{400 - a}$

C) $\frac{800}{400 + a}$

D) $\frac{400S}{800 - a}$

E) $\frac{400 S}{800 + a}$

Resolución:

Datos:

La tasa de interés anual: $a\%$

Cantidad total que se recibe: S

Sea V_n el valor nominal de ambos pagarés.

• Vence en 30 días (1 mes):

$$\begin{aligned} D_1 &= V_n \left(\frac{a\%}{12} \right) (1) \\ &= \frac{aV_n}{1200} \quad \dots(1) \end{aligned}$$

• Vence en 60 días (2 meses):

$$\begin{aligned} D_2 &= V_n \left(\frac{a\%}{12} \right) (2) \\ &= \frac{2aV_n}{1200} \quad \dots(2) \end{aligned}$$

Si se recibe en total S nuevos soles, entonces:

$$(V_n - D_1) + (V_n - D_2) = S$$

$$2V_n - (D_1 + D_2) = S$$

De(1)y(2):

$$2V_n - \left(\frac{aV_n}{1200} + \frac{2aV_n}{1200} \right) = S$$

$$\Rightarrow V_n = \frac{400S}{800 - a}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 09: Determinar el valor de "n" sabiendo que el mínimo común múltiplo de $A = 1800^n \cdot 27$ y $B = 40^n \cdot 60$ tiene 5400 divisores.

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

Resolución:

Para determinar el valor de "n" en las expresiones de los números :

$$A = 180^n \times 27$$

$$B = 40^n \times 60$$

Dato:

La cantidad de divisores del mínimo común múltiplo de a y B:

$$CD = 5400 \quad \dots(1)$$

Hallando la descomposición canónica de ambos :

$$A = 2^{2n} \times 3^{2n+3} \times 5^n$$

$$B = 2^{3n+2} \times 3^{2n+3} \times 5^{n+1}$$

El mínimo común múltiplo de estos números :

$$m.c.m(A;B) = 2^{3n+2} \times 3 \times 5^{n+1} \quad \dots(2)$$

Por teoría , la cantidad de divisores (CD) de un número , expresado en su forma canónica ; en este caso del m.c.m. (A; B) es:

$$\text{De (2):} \quad CD_{\min(A;B)} = [(3n+2)+1][(2n+3)+1][(n+1)+1]$$

$$\text{De (1):} \quad 5400 = (3n+3)(2n+4)(n+2)$$

$$\begin{aligned}
 5400 &= 3(n+1)(2)(n+2)(n+2) \\
 \Rightarrow 900 &= (n+1)(n+2)^2 \\
 9 \times 10^2 &= (n+1)(n+2)^2 \\
 \Rightarrow n+1 &= 9 \\
 n &= 8
 \end{aligned}$$

Rpta.: C

PROBLEMA 10: ¿Cuántos divisores primos tiene 130130?

- A) 3 B) 4 C) 5
 D) 6 E) 7

Resolución:

En el siguiente número:

$$\begin{aligned}
 N &= 130130 \\
 &= 130000 + 130 \\
 &= 130(1001)
 \end{aligned}$$

Su descomposición canónica:

$$\begin{aligned}
 N &= 2 \times 5 \times 13 \times (7 \times 11 \times 13) \\
 &= 2 \times 5 \times 7 \times 13^2
 \end{aligned}$$

Los números 2, 5, 11, 13 son primos, que en cantidad son 5. Estos números constituyen los divisores primos del número N.

Rpta.: C

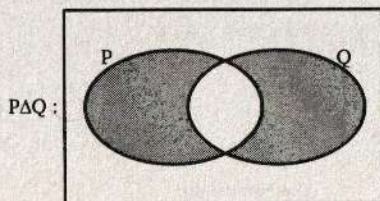
PROBLEMA 11 Dos los conjuntos A, B y C en U, simplifique la expresión:

$$[A \Delta (B \Delta C)] \Delta [C \Delta B^c]$$

- A) A^c B) B^c C) C^c
 D) A E) B

Resolución:

Diferencian simétrica por definición:



Del gráfico:

$$P \Delta Q : (P \cap Q^c) \cup (Q \cap P^c) \quad \dots(1)$$

Deduciendo para $P \Delta Q^c$:

$$\begin{aligned} \text{De (1):} \quad P \Delta Q^c &= (P \cap (Q^c)^c) \cup (Q^c \cap P^c) \\ &= (P \cap Q) \cup (Q^c \cap P^c) \\ &= (P \Delta Q)^c \quad \dots(2) \end{aligned}$$

Del enunciado, si A, B y $C \in U$, se pide simplificar :

$$M = A \Delta (B \Delta C) \Delta (C \Delta B^c)$$

De (2):

$$\begin{aligned} &= \underbrace{[A \Delta (B \Delta C)]}_P \Delta \underbrace{(C \Delta B^c)}_{Q^c} \\ &= \{[A \Delta (B \Delta C)] \Delta (C \Delta B)\}^c \\ &= \{[A \Delta (B \Delta C)] \Delta (B \Delta C)\}^c \\ &= \{A \Delta [(B \Delta C) \Delta (B \Delta C)]\}^c ; (*) \\ &= \{A \Delta \emptyset\}^c \\ &= A^c \end{aligned}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 12

Supongamos que A varía directamente proporcional a X y Z, e inversamente proporcional a W. Si $A=154$ cuando $X=6$, $Z=11$, $W=3$, determine A cuando $X=9$, $Z=20$, $W=7$.

A) 120

B) 140

C) 160

D) 180

E) 200

Resolución:

Del enunciado:

A es directamente proporcional a X y Z.

A es inversamente proporcional a W.

Entonces por propiedad se cumple:

$$\frac{A \cdot W}{X \cdot Z} = K = \text{Constante} \quad \dots(1)$$

Por dato del problema :

Si $A=154$

$$\Rightarrow X=6 ; Z=11 ; W=3$$

Reemplazando estos valores en (1):

$$\frac{(154)(3)}{(6)(11)} = 7 = K \quad \dots(2)$$

Luego, si ahora se tiene los valores $X=9$, $Z=20$, $W=7$, también se cumple la propiedad (1):

De (2):

$$\frac{A(7)}{(9)(20)} = 7$$
$$\Rightarrow A = 180$$

Rpta.: D

UNI - 2007 - II

PROBLEMA 13: ¿Cuántos números de tres cifras tienen la raíz cuadrada y la raíz cúbica con el mismo residuo no nulo?

A) 52

B) 53

C) 54

D) 55

E) 56

Resolución:

El número, según el enunciado, puede expresarse como :

$$N = P^2 + r \quad \dots(I)$$

$$N = Q^3 + r \quad \dots(II)$$

De (I) y (II), por propiedad, asumimos residuos por defecto:

$$N = S^6 + r$$

Como el número es de tres cifras, según el enunciado, entonces:

$$100 \leq N \leq 999$$

La raíz cuadrada de este número:

$$10 \leq \sqrt{N} \leq 31,6$$

$$\Rightarrow P = 10 ; 11 ; 12 ; \dots ; 28 ; 29 ; 30 ; 31 \quad \dots(1)$$

La raíz cúbica:

$$4,6 \leq \sqrt[3]{N} \leq 9,9$$

$$\Rightarrow Q = 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 \quad \dots(2)$$

La raíz sexta:

$$2,15 \leq \sqrt[6]{N} \leq 3,16$$

$$\Rightarrow S = 3 ; \text{ (única solución de S)}$$

De esta última solución en (1) y (2) restringimos :

$$P = 27 \text{ y } Q = 9$$

Se debe hallar la cantidad de números de 3 cifras que tiene raíz cuadrada y cúbica con el mismo residuo nulo.

Analicemos:

Para la raíz cúbica, donde $Q = 9$:

$$\overbrace{9^3; \quad ; 10^3}^{9^3 + r}$$

Pero 10 no se encuentra en las posibles soluciones de Q según (2).

Para la raíz cuadrada, donde $P = 27$:

$$\overbrace{27^2; \quad ; 28^2}^N$$

El 28 es el número que continua a 27 y esta como una de las posibles soluciones de P según (1), entonces:

$$27^2 < N < 28^2$$

$$729 < N < 784$$

La cantidad de número N es:

$$(784 - 729) - 1 = 54$$

Rpta.: C

PROBLEMA 14:

La fracción $\frac{1}{5}$, como una expresión decimal en base dos, tiene la expansión:

A) 0,00111111...

B) 0,00110011...

C) 0,10101010..

D) 0,011011011...

E) 0,101101101...

Resolución:

Del enunciado se tiene la fracción:

$$N = \frac{1}{5} = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$$

Llevándolo a base 2 el dividiendo:

$$N = \frac{11_{(2)}}{15} \\ = \frac{11_2}{(2^4 - 1)}$$

$$= \frac{0011_{(2)}}{2^4 - 1}$$

Propiedad, esta última expresión:

$$N = \frac{0011_{(2)}}{2^4 - 1} = 0,00110011..._{(2)}$$

Rpta.: B

PROBLEMA 15: Halle la cantidad de pares de números de modo que su MCM sea 36 y estén comprendidos entre 750 y 950.

A) 9

B) 10

C) 11

D) 12

E) 13

Resolución:

Del enunciado, el máximo común divisor de los números A y B:

$$\text{MCD}(A, B) = 36$$

$$\Rightarrow A = 36a$$

$$B = 36b$$

Donde a y b son Pesi.

Por condición del enunciado del problema:

$$750 < A < 950$$

De (*):

$$750 < 36a < 960$$

$$20,8 < a < 26,38$$

$$\Rightarrow a = 21; 22; 23; 24; 25; 26$$

$$= 3 \times 7; 11 \times 2; 23; 3 \times 8; 5 \times 5; 2 \times 13$$

Lo mismo se cumple para b por tanto se obtiene los mismos valores.

Como a y b son Pesi:

a	b	No. pares
21	22; 23; 25; 26	4
22	23; 25	2
23	24; 25; 26	3
24	25	1
25	26	1
		11

El número de pares de números es 11.

Rpta.: ?

PROBLEMA 15: De una baraja (52 cartas) se extrae un grupo de cartas (menor a 52) tal que la tercera parte son corazones y la quinta parte son espadas. Obtenga la cantidad de cartas de los posibles tréboles extraídos ; sabiendo que el número de diamantes coincide con el de corazones.

A) 2

B) 4

C) 6

D) 8

E) 10

Resolución:

Del enunciado , se tiene un juego de barajas d 52 cartas.

13_C (corazones)13_E (espadas)13_D (diamantes)13_T (tréboles)

52 cartas

Se extrae N cartas, que son condición del enunciado , la tercera parte son corazones y la quinta parte son espadas. El número de diamantes extraídos es igual que el de corazones; es decir :

$$\frac{N}{3} = a_C = a_D \quad \dots(1)$$

$$\frac{N}{5} = b_E \quad \dots(2)$$

Entonces, las cartas extraídas:

$$a_C + a_D + b_E + c_T = N$$

De (1) y (2):

$$\frac{N}{3} + \frac{N}{3} + \frac{N}{5} + c_T = N$$

$$\Rightarrow c_T = \frac{2}{15} N \quad \dots(3)$$

Analicemos, de (1) y (2) se deduce que N debe ser múltiplo de 3 y 5:

Para N = 15 en (3):

$$c_T = \frac{2}{15} (15) = 2 \quad \dots(4)$$

De(1):

$$a_C = a_D = \frac{15}{3} = 5$$

De(2):

$$b_E = \frac{15}{3} = 3$$

Para $N = 30$ en (3):

$$c_T = \frac{2}{15}(30) = 4 \quad \dots(5)$$

De (1):

$$a_C = a_D = \frac{30}{3} = 10$$

De (2):

$$a_E = \frac{30}{5} = 6$$

Para $N = 45$ en (3):

$$\text{De (1):} \quad a_C = \frac{45}{3} = 15 > 13 \text{ corazones, !absurdo!}$$

Finalmente, las posibles cantidades de tréboles extraídos, de (4) y (5):

$$c_T = 2 + 4 = 6$$

Rpta.: C

PROBLEMA 16: ¿Cuántos números enteros positivos b tienen la propiedad de que $\log_b 531441$ sea un número entero?

A) 2

B) 4

C) 6

D) 8

E) 12

Resolución:

Del enunciado:

$$\log_b 531441 = N \quad ; \quad N \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow b^N = 531441$$

$$= 3^{12}$$

Los posibles valores de b^N son:

$$b^N = 3^{12}; 9^6; 81^3; 27^4; 729^2; 531441^1$$

En el conjunto de posibles valores se observa que los exponentes son divisores de 12, entonces también se puede calcular la cantidad de b enteros.

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

La cantidad de divisores de 12, por propiedad:

$$CD_{(12)} = (2+1)(1+1) = 6$$

Rpta.: C

PROBLEMA 17: En el número $\overline{16P61}_{(n)}$, P es 11; entonces la raíz cuadrada en base n es:

A) 113

B) 123

C) 130

D) 131

E) 132

Resolución:

Del enunciado:

$$\overline{16P61}_n, \text{ donde } P = 11$$

Si esta expresión representa el cuadrado de un número:

$$N^2 = 16(11)61$$

$$= n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n + 1 \quad \dots(1)$$

Observe que el primer término del polinomio de esta última expresión tiene exponente 4; luego el exponente del primer término de la raíz cuadrada de este mínimo número debe ser 2. Veamos este número en su forma genérica:

$$N = abc \quad \dots(2)$$

$$\Rightarrow N = an^2 + bn + c$$

$$N^2 = (an^2 + bn + c)^2$$

$$= a^2n^4 + 2abn^3 + (b^2 + 2ac)n^2 + 2bcn + c^2 \quad \dots(3)$$

Comparando (1) y (2), se deduce:

$$\text{i) } a^2 = 1 \Rightarrow a = 1 \quad \dots(4)$$

$$\text{ii) } 2ab = 6$$

$$\text{iii) } c^2 = 1 \Rightarrow c = 1 \quad \dots(5)$$

Reemplazando (4) en (ii):

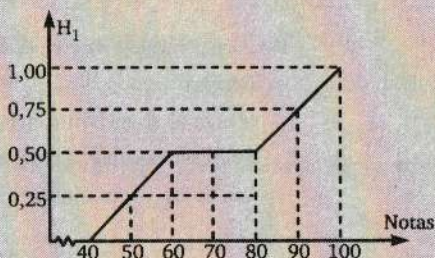
$$2(1)b = 6 \Rightarrow b = 3 \quad \dots(6)$$

Reemplazando (4), (5) y (6) en (1):

$$N = 131_n$$

Rpta.: D

PROBLEMA 18: El siguiente gráfico representa las frecuencias relativas acumuladas (H_i) de las notas en un examen.



Determine los valores para las proposiciones I, II y III:

- I. ¿Cuántos de los evaluados obtuvieron notas entre 70 y 80?
- II. ¿Que porcentaje de evaluados tienen notas menores a 65?
- III. Si hay en total 400 evaluación, ¿cuántos obtuvieron notas entre 90 y 100?

- A) 0 ; 50% ; 80 B) 0 ; 45% ; 80 C) 20 ; 45% ; 80
D) 0 ; 50% ; 100 E) 0 ; 50% ; 120

Resolución:

Del gráfico del enunciado se deduce la tabla:

Fila	Intervalo (Notas)	Frecuencia relativa acumulada (H_i)	Frecuencia relativa (h_i)
1	[40 - 50)	0,25	0,25
2	[50 - 60)	0,50	0,25
3	[60 - 70)	0,50	0,00
4	[70 - 80)	0,50	0,00
5	[80 - 90)	0,75	0,25
6	[90 - 100)	1,00	0,25

La frecuencia relativa nos da la fracción de los alumnos evaluados en el examen. Analizando las proposiciones:

I. ¿Cuántos de los evaluados tuvieron notas entre 70 y 80?

Solución:

Este rango de notas se encuentra en la fila 4, donde la frecuencia relativa es 0, es decir, ningún alumno ha tenido ese rango de notas.

$$n_{(70-80)} = 0 \quad \dots(1)$$

II. ¿Que porcentaje de evaluación tiene notas menores a 65?

Solución:

La nota 65 se encuentra en la fila 3, donde se tiene registrado que nadie tiene esta nota, por lo tanto, solo se toma cuenta a los que se encuentran en los rangos anteriores de las filas 1 y 2:

$$\begin{aligned} f_e &= 0,25 + 0,25 = 0,50 \\ \Rightarrow P_e &= 50\% \quad \dots(2) \end{aligned}$$

III. Si hay en total 400 evaluados, ¿cuántos obtuvieron notas entre 90 y 100?

Solución:

El rango de 90 y 100 se encuentran en la sexta fila, que tiene una frecuencia relativa de 0,25 (fracción de evaluados). Luego el número de evaluados de los 400 en este intervalo es:

$$\begin{aligned} n_{90-100} &= h_6 h \\ &= (0,25)(400) \\ &= 100 \end{aligned}$$

De (1), (2) y (3) se obtiene la respuesta:

0; 50% ;100

Rpta.: D

PROBLEMA 19: Halle la cantidad de oro puro contenido en un aro de 18 quilates cuya masa es de 28 gramos.

A) 18

B) 20

C) 21

D) 22

E) 24

Resolución:

La masa de la aleación (mezcla) de oro de 28 gramos.

$$m_{\text{(aleación)}} = 28\text{g}$$

Por teoría se sabe que el oro puro se le asigna un valor de 24 quilates.

Según el enunciado, el oro de la aleación es de 18 quilates. La masa de aleación

está compuesta de oro puro y otros metales, es decir, el oro puro en la aleación

los conforman $\frac{18}{24}$ av.

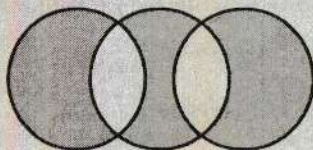
$$m_{\text{(oro)}} = \frac{18}{24} m_{\text{aleación}}$$

$$\begin{aligned} \text{De (*) :} \quad &= \frac{18}{24} (28 \text{ g}) \\ &= 21\text{g} \end{aligned}$$

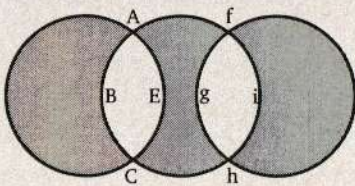
Rpta.: C

VILLAREAL - 2007

PROBLEMA 20: Calcule el perímetro de las regiones sombreadas, si los círculos tienen 2 m de radio cada uno.

A) $4\pi \text{ m}$ B) $8\pi \text{ m}$ C) $10\pi \text{ m}$ D) $16\pi \text{ m}$ E) $12\pi \text{ m}$

Resolución:



$$\text{Arco}(ABC) = \text{Arco}(AEC)$$

$$\text{Arco}(FGH) = \text{Arco}(FIH)$$

Perímetro = Suma perímetros tres circunferencias

$$\text{Perímetro total} = 3(2\pi R) = 12\pi R$$

Rpta.: E

PROBLEMA 21:

Había 5 loros en una jaula, su costo promedio era S/. 600. Un día escapó un loro y entonces el costo promedio de los 4 loros que quedaron fue de S/. 500. ¿Cuál era el precio del loro que se escapó?

A) S/. 100

B) S/. 200

C) S/. 550

D) S/. 600

E) S/. 1000

Resolución:

Precio promedio:

$$\frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5}{5} = 600$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 3000$$

$$\frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{4} = 500$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 2000$$

Precio del loro que escapó:

$$P_5 = 1000$$

Rpta.: E

PROBLEMA 22:

Si: $(x+y+z)^3=1000$

Calcule: $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy}$ y dé como respuesta la suma de sus cifras.

A) 2

B) 3

C) 4

D) 6

E) 7

Resolución:

$$x + y + z = 10$$

Sumando:

$$\begin{array}{r}
 xyz + \\
 zxy \\
 \hline
 1110
 \end{array}$$

Suma de cifras :

3

Rpta.: B**PROBLEMA 23:**

Un ingeniero calculó construir un puente en 18 días, pero tardó 6 días más por trabajar 2 horas menos cada día. ¿Cuántas horas trabajó cada día ?

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

Resolución:

días	horas diarias
------	---------------

18	t + L
----	-------

24	t
----	---

Días y horas diarias son inversamente proporcionales:

$$18(t+2) = 24t ; t = 6 \text{ horas diarias}$$

Rpta.: B

- | | |
|----|--|
| 2 | Tanto por ciento - Mezclas |
| 3 | Magnitudes Proporcionales |
| 4 | Regla de Interés - Regla de Descuento |
| 5 | Lógica Proposicional - Teoría de Conjuntos |
| 6 | Relaciones Binarias - Teoría de Numeración |
| 7 | Cuatro Operaciones - Sucesiones y Series |
| 8 | Teoría de la Divisibilidad |
| 9 | Estudio de los divisores Z^+ |
| 10 | MCD - MCM |
| 11 | Potenciación y Radicación |
| 12 | Números Racionales |
| 13 | Estadística Descriptiva |
| 14 | Análisis Combinatorio |
| 15 | Teoría de Probabilidades |

TEMARIO ARITMETICA



Nº

TEMA

1

Razones y Proporciones - Promedios